SESSION 2011

CONCOURS G2E

PHYSIQUE

Durée : 3 heures

Les calculatrices sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas.

Le sujet comporte deux parties indépendantes.

A. TERRE ET ESPACE

1. PRESSION DANS L'ATMOSPHERE

L'atmosphère terrestre est assimilée à du gaz parfait, de masse molaire M = 29 g/mol, placée dans le champ de pesanteur uniforme, de norme g_0 = 10 m/s² .
Le référentiel lié à la Terre est supposé galiléen.
On choisit l'axe vertical Oz dirigé vers le haut, l'origine est prise au niveau du sol où règne une pression P_0 = 1 bar. On suppose que la pression P ne dépend que de l'altitude z.

1.1. En étudiant l'équilibre d'un petit cylindre de section droite S et de hauteur dz, compris entre les altitudes z et z+dz au sein de l'atmosphère, établir l'équation suivante : $dP = - \mu\, g_0\, dz$ où µ est la masse volumique du gaz.

1.2. On considère l'atmosphère isotherme à la température T_0 = 288 K.

1.2.1. Exprimer la pression P(z) en fonction de l'altitude.

1.2.2. On appelle hauteur caractéristique, l'altitude h telle que $P(h) = P_0/e$ avec ln(e) = 1.
Donner l'expression de h et calculer sa valeur.

1.2.3. Déterminer la valeur de la pression à l'altitude de 10 km.

1.3. On suppose désormais que la température n'est plus uniforme, mais obéit à l'équation suivante : $T(z) = T_0(1- az)$ avec a = 0,0226 km^{-1}.

1.3.1. Déterminer la nouvelle loi d'évolution de la pression P(z).

1.3.2. Calculer la pression à l'altitude de 10 km.

1.4. Pour les besoins de l'aéronautique et de la météorologie, une atmosphère standard a été définie pour une altitude inférieure à 11 km (troposphère).
Les évolutions de la pression et de la température, en fonction de l'altitude z, sont données par :

$$P(z) = P_0(1 - az)^{\beta} \quad \text{et} \quad T(z) = T_0(1 - az) \text{ avec } \beta = 5{,}26.$$

Ce modèle d'atmosphère standard présente un bon accord avec la réalité.
Comparer les valeurs des pressions obtenues par les trois types d'atmosphère, à l'altitude z = 10 km. Conclure.

2. PRESSION AU CENTRE DE LA TERRE

La Terre est considérée comme une boule de centre O et de rayon R_T. On se propose de chercher la variation de la pression P à l'intérieur de la Terre.
La masse volumique µ de la Terre est supposée uniforme. On négligera la rotation de la Terre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par : $\vec{g} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V$ où V est le potentiel gravitationnel.
Pour un point M, situé à l'intérieur de la Terre, à une distance r du centre (r = OM), l'accélération de la pesanteur g(r) est donnée par la relation approchée : $g(r) = g_0\, r/R_T$.

2.1. Quelle est la définition du géoïde ? Donner une propriété caractéristique du géoïde.

2.2. Justifier que la densité des forces volumiques de pression s'écrit : $-\overrightarrow{\text{grad}}\,P$ où P est la pression régnant au point M.

2.3. En considérant l'équilibre mécanique d'un élément de volume, montrer que : $P + \mu V = cte$.

On rappelle que : $\overrightarrow{\text{grad}}\ a + \overrightarrow{\text{grad}}\ b = \overrightarrow{\text{grad}}\ (a + b)$.

2.4. En déduire, dans le cadre de ce modèle simplifié, que la pression au centre de la Terre s'écrit : $P(O) = P_0 + ½\, \mu\, g_0\, R_T$.
Calculer P(O). Données : R_T = 6400 km et μ = 5500 kg/m^3.

3. FUSEE À UN ETAGE

Dans cette partie on considère que l'accélération de la pesanteur g est uniforme et égale à g_0.
Une fusée est lancée sans vitesse initiale selon la verticale ascendante Oz. On néglige la résistance de l'air.
Les caractéristiques de la fusée, premier étage du lanceur type ARIANE IV, sont :

- masse totale au sol : M = 150 tonnes
- masse initiale du mélange propulsif (ergols) : m_p = 100 tonnes
- masse des structures et des équipements : m_0= 50 tonnes
- débit massique, constant, des gaz brûlés : D = 1 tonne/s
- vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée : u = 2,5 km/s
- masse de la fusée au temps t : m(t).

La poussée subie par la fusée, due à l'éjection verticale des gaz, est : $\vec{F}_P = -D\vec{u}$ avec $\vec{u}$ le vecteur vitesse des gaz.

3.1. Ecrire l'équation différentielle du mouvement de translation de la fusée, lors de la phase propulsive.
On appliquera la relation fondamentale de la dynamique sous la forme :

$$m(t)\, d\vec{v}(t)/dt = \textstyle\sum_i \vec{F}_i.$$

3.2. Quelle est la condition de décollage de la fusée ? Est-elle satisfaite ?

3.3. Déterminer la masse m(t) de la fusée à l'instant t, pendant la phase propulsive.
En déduire la durée τ de cette phase.

3.4. On posera $\alpha = D/M$.
Montrer que l'expression de la vitesse en fonction du temps peut s'écrire sous la forme :

$$v(t) = - g_0\, t - u \ln(1 - \alpha t).$$

3.5. Etablir l'expression de l'altitude h(t) atteinte en fonction du temps.
On rappelle qu'une primitive de ln x est x.[ln x – 1] + cte.

3.6. Calculer l'altitude maximale H_{max} atteinte ainsi que la vitesse maximale v_{max} atteinte par la fusée.

3.7. La fusée sert de lanceur pour placer un satellite sur orbite ; ce lanceur doit alors être animé d'une vitesse maximale de l'ordre de 8 km/s. Que peut-on en conclure ?

4. L'ASTRONAUTE DANS LA FUSEE

On veut étudier les variations de la pression artérielle d'un passager de la fusée.
On admet dans cette étude que l'on peut négliger le mouvement du sang et le considérer comme un fluide en équilibre.
On appelle tension artérielle T la différence entre la pression artérielle P et la pression atmosphérique P_{atm} soit $T = P – P_{atm}$.

Cette tension est exprimée en centimètres de mercure (cm Hg).

Données : masse volumique du sang : μ_s = 1000 kg/m^3, 1 bar = 76 cm Hg = 10^5 Pa, distance cœur-pieds : d_{cp} = 135 cm, et distance cœur-cerveau : d_{cc} = 45 cm.

Un organe du corps humain est irrigué si $T \geq 0$. La tension au niveau du cœur a une valeur constante et égale à T_0 = 10 cm Hg.

4.1. Quelles sont les tensions artérielles au niveau du cerveau et au niveau des pieds d'un astronaute debout sur le sol de la Terre ?

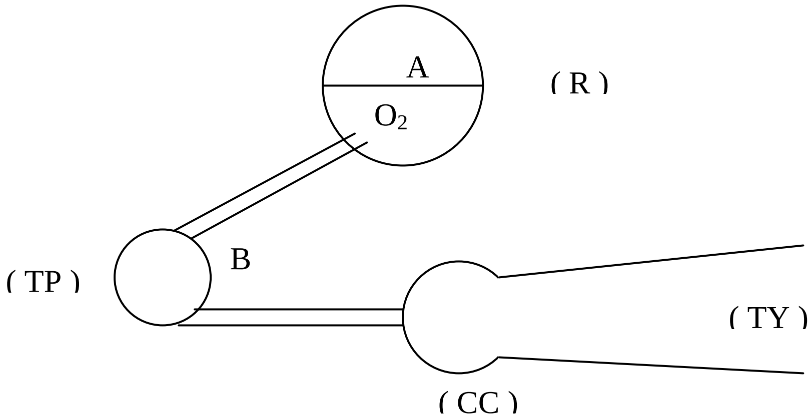
4.2. L'astronaute est debout dans la fusée, celle-ci étant soumise à une accélération γ.
Tout se passe comme si l'astronaute était soumis à une accélération de la pesanteur apparente de valeur $\gamma + g_0$.
Calculer la valeur de γ à partir de laquelle le cerveau n'est plus irrigué.

4.3. Calculer l'accélération de la fusée précédente en fin de phase propulsive.

4.4. Justifier le fait que l'astronaute est allongé sur son siège au moment du décollage et non en station debout.

5. LE MOTEUR CRYOGENIQUE DE LA FUSEE ARIANE V

Pour améliorer les performances de la fusée Ariane IV une fusée à étages, de type Ariane V, a été mise au point. Elle est propulsée par un moteur cryogénique.
Les ergols, dihydrogène et dioxygène, alimentant le moteur sont stockés à l'état liquide dans des réservoirs (R) sphériques et ils sont acheminés séparément vers deux turbopompes (TP) qui les introduisent, à l'état gazeux, dans la chambre de combustion (CC) où ils réagissent entre eux.
Les gaz produits lors de la combustion sont évacués par la tuyère (TY).



On étudie principalement le système d'alimentation en dioxygène liquide de la turbopompe (TP).
Données concernant le dioxygène liquide :

- Pression au point A : P_A = 3,5 bars, maintenue constante.
- Pression au point B : P_B = 6 bars, maintenue constante.
- Température : T = 91 K.
- Masse volumique : μ_{O2} = 1140 kg/m^3.

Le réservoir est sphérique, de diamètre D = 4,5 m.
La différence d'altitude entre les points A et B est égale à 25 m.
Le tuyau qui achemine le dioxygène du réservoir vers la turbopompe a un diamètre d = 20 cm.

5.1. ETUDE DE L'ALIMENTATION DU MOTEUR CRYOGENIQUE

5.1.1. Montrer que, en régime permanent, la vitesse v_A en A est négligeable devant la vitesse v_B en B.
5.1.2. Calculer la vitesse v_B à l'entrée de la turbopompe (TP).
5.1.3. Calculer le débit volumique du dioxygène.
5.1.4. Ce débit est maintenu constant pendant toute la phase de propulsion qui dure 10 minutes.
En déduire la masse de dioxygène consommée pendant la phase de propulsion.

Le dihydrogène est introduit dans la chambre de combustion (CC) avec un débit volumique trois fois supérieur à celui du dioxygène, afin d'assurer le refroidissement du moteur.

5.1.5. Calculer la masse totale du dihydrogène introduit dans la chambre de combustion (CC), la masse volumique du dihydrogène étant $\mu_{H2} = 70$ kg/m^3.

5.1.6. En déduire la masse totale des ergols à stocker dans les réservoirs de la fusée.

5.2. POUSSEE DU MOTEUR CRYOGENIQUE

Les gaz brûlés sortant de la chambre de combustion sont évacués par la tuyère (TY), dans laquelle ils n'échangent aucun travail utile, ni chaleur avec l'extérieur.
L'écoulement des fluides est supposé permanent et unidimensionnel.

5.2.1. En effectuant un bilan enthalpique, montrer qu'entre l'entrée et la sortie de la tuyère, une mole de gaz vérifie la relation : $h^* + \frac{1}{2} Mv^2 = cte$ où h^* représente l'enthalpie molaire, M la masse molaire et v la vitesse des gaz de combustion.

5.2.2. En négligeant la vitesse d'entrée v_e , déterminer l'expression de la vitesse de sortie v_s des gaz supposés parfaits, en fonction des températures d'entrée T_e et de sortie T_s des gaz et des rapports $r = R/M$ et $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$, où R est la constante des gaz parfaits et C_p, C_v, les capacités thermiques respectivement à pression constante et à volume constant.

5.2.3. On suppose que l'écoulement est isentropique.
En déduire la valeur de la température de sortie T_s et de la vitesse d'éjection v_s des gaz.

5.2.4. Montrer que la poussée du moteur s'écrit : $F_p = D_m v_s$ où D_m représente le débit massique des gaz.
La calculer pour un débit massique de 250 kg/s.
On donne : $T_e = 3500$ K, $P_e = 35$ bars, $P_s = 50$ hPa, $\gamma = 1{,}2$ et $r = 693$ SI.

B. MESURES D'IMPEDANCES

On se propose d'étudier différentes méthodes de détermination d'impédances d'appareils (générateur basse fréquence, oscilloscope) ou de dipôles (résistances, inductances et capacités).

1. MESURE DE L'IMPEDANCE DE SORTIE D'UN GENERATEUR BASSE FREQUENCE (GBF)

On modélise un GBF par un générateur idéal de tension de force électromotrice $E(t) = E_m \cos \omega t$ en série avec un résistor de résistance R_g.
On réalise le protocole expérimental suivant :
- à l'aide d'un oscilloscope, on visualise la tension à vide du GBF.
On observe une courbe sinusoïdale d'amplitude (ou valeur maximale) $E_0 = 8$ V.
- on place ensuite un résistor de résistance R variable, aux bornes du GBF et on visualise à l'oscilloscope la tension aux bornes du GBF. On fait varier la valeur de R de manière à obtenir une tension d'amplitude égale à $E_0/2$. Celle-ci est obtenue pour une valeur $R = R_c = 50\ \Omega$.

1.1. Schématiser les deux montages utilisés.

1.2. Déterminer les valeurs de E_m et R_g.

2. MESURE DE L'IMPEDANCE D'ENTREE D'UN OSCILLOSCOPE

On modélise l'impédance d'entrée d'un oscilloscope par une résistance R_0 montée en parallèle avec un condensateur de capacité C_0.

2.1. Donner un ordre de grandeur de R_0.

2.2. A une fréquence de valeur f = 1 kHz, on réalise le protocole expérimental suivant :
- On met aux bornes du GBF, une résistance R en série avec l'oscilloscope.
- Avec une résistance de valeur $R = 0\ \Omega$, le signal observé à l'oscilloscope a une amplitude égale à E_0 ; pour une valeur de résistance $R = 1$ MΩ, cette amplitude est divisée par deux.

On suppose qu'à cette fréquence « assez » basse, la capacité C_0 n'intervient pas, son impédance étant très supérieure à R_0.

2.2.1. Déterminer la valeur de la résistance d'entrée R_0 de l'oscilloscope.

2.2.2. Est-il nécessaire de prendre en compte la valeur de la résistance R_g dans cette expérience ?

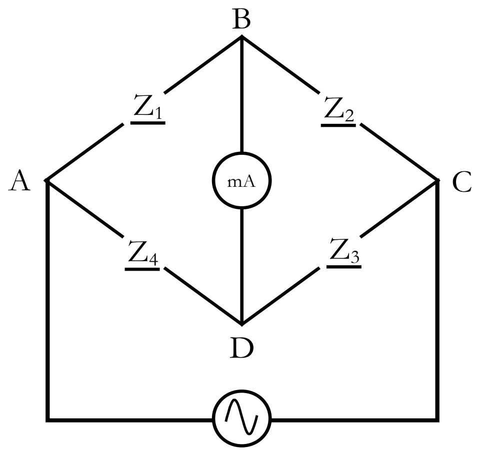
2.3. Pour une fréquence plus élevée f = 100 kHz, on réalise le même protocole expérimental et on obtient une tension sinuoïdale d'amplitude $E_0/2$ quand la valeur de la résistance R est égale à 63 kΩ.

2.3.1. En déduire la valeur de la capacité C_0.

2.3.2. L'hypothèse faite en 2.2 est-elle valide ?

3. MESURE D'IMPEDANCES PAR LA METHODE DES PONTS

On se propose de déterminer les caractéristiques électriques (L, C, R) de différents dipôles en régime sinusoïdal. Le pont est alimenté par un générateur parfait de pulsation ω.
On considère le pont suivant :



3.1. Condition d'équilibre d'un pont
Le pont est équilibré si le courant circulant dans la branche BD est nul.

3.1.1. Montrer que la condition d'équilibre du pont s'écrit : $\underline{Z}_1\,\underline{Z}_3 = \underline{Z}_2\,\underline{Z}_4$.

3.1.2. Citer au moins une application de ce pont alimenté en régime continu.

3.2. Pont de HAY
La branche AB contient une bobine de résistance R et d'inductance L.
Les branches BC et AD contiennent des résistances pures P et Q.
La branche DC contient, montés en série, un condensateur de capacité C et une résistance r.

3.2.1. Ecrire les expressions des impédances complexes $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_3$.

3.2.2. Déduire R et L des valeurs de P, Q, r, C et ω pour lesquelles l'équilibre du pont est réalisé.
Calculer R et L si : ω = 1000 rad/s, P = 2 kΩ, Q = 3 kΩ, r = 1,4 kΩ et C = 15 nF.

3.3. Pont de MAXWELL
La branche DC contient maintenant un condensateur de capacité C' et une résistance r', montés en parallèle. Les autres branches sont les mêmes que dans le pont de HAY.

3.3.1. L'équilibre étant obtenu, calculer R et L en fonction de P, Q, r' et C'.

3.3.2. En déduire les valeurs de r' et C'.

3.4. Pont de WIEN
On réalise ce pont afin de déterminer la résistance de fuite d'un condensateur réel.
Les branches BC et DC contiennent des résistances pures P et Q.
La branche AB contient, montés en série, un condensateur de capacité C_1 et une résistance R_1.
La branche AD contient le condensateur réel : un tel condensateur est modélisé par un condensateur parfait C monté en parallèle avec une résistance R appelée résistance de fuite.

3.4.1. Etablir, à l'équilibre du pont, les expressions de R et C. On posera : $x_1 = R_1 C_1 \omega$.

3.4.2. Calculer les valeurs de R et C.
Données : R_1 = 500 Ω, C_1 = 1 µF, P = 1000 Q et ω = 2000 rad/s.