BANQUE D'EPREUVES G2E

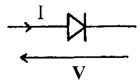
PHYSIQUE

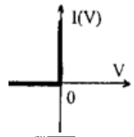
Durée : 3 heures

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

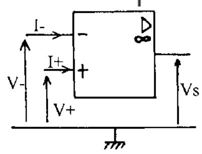
1ère Partie

On envisage quelques utilisations d'une diode et on rappelle quelques définitions et propriétés :





* modélisation d'une diode idéale par sa caractéristique intensité du courant I, fonction de la tension à ses bornes V :



* Propriétés d'un amplificateur opérationnel (AO) idéal utilisé dans son domaine de fonctionnement linéaire :

$V_- = V_+$ $\quad\quad$ $I_- = I_+ = 0$

$|V_s| \leq V_{sat}$ (tension de saturation)

* valeur moyenne temporelle d'un signal $s(t)$, périodique, de période T : $(1 / T) . \int_0^T s(t).dt$

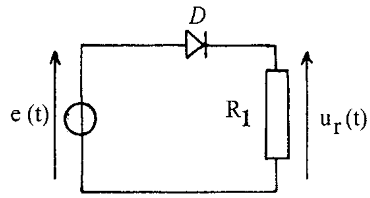
*$\ln (a.b) = \ln (a) + \ln (b)$ $\quad$ *$\cos^2 (a) = (1 + \cos (2.a)) / 2$ $\quad$ *$\sin^2 (a) = (1 - \cos (2.a)) / 2$

*q (valeur absolue de la charge électronique) = $1,6 .10^{-19}$ C

*k_B (constante de Boltzmann) = $1,38 . 10^{-23}$ J / K

I. DIODE, RESISTANCE ET SOURCE DE TENSION SINUSOÏDALE

1. L'ensemble diode idéale *D*, résistance R_1, en série, est alimenté par une source de tension sinusoïdale de fém $e(t) = E_m . \sin(\omega . t)$



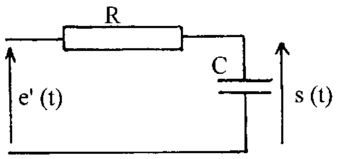
a . On souhaite visualiser à l'aide d'un oscilloscope à 2 voies, les signaux e (t) et u_r (t) ; expliquer à l'aide d'un schéma annoté comment effectuer les branchements nécessaires.

b. Représenter graphiquement, pendant une durée de 2 périodes l'évolution de ces 2 signaux ($0 < t < 2.T$, où T est la période de la tension e (t)) ; on justifiera soigneusement la courbe u_r (t).

c. Calculer l'expression littérale de la valeur moyenne temporelle, notée $< u_r >$, du signal u_r (t). Comparer cette valeur à celle de la valeur efficace de e (t), dont on justifiera l'expression.

d. Lorsqu'on procède à l'expérimentation, la diode utilisée ne se comporte pas exactement comme une diode idéale ; indiquer une propriété distinguant la diode réelle de son modèle idéal. Indiquer graphiquement comment est modifiée, en conséquence, l'allure de la courbe u_r (t).

2. On considère la résistance R, en série avec un condensateur de capacité C ; l'ensemble est alimenté par une source de tension sinusoïdale de fém $e'(t) = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$.

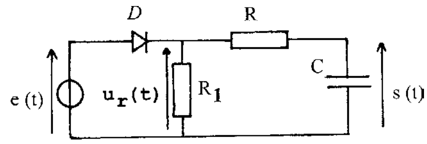


$\underline{E}'$ et $\underline{S}$ désignant respectivement les amplitudes complexes des signaux e' (t) et s (t), la fonction de transfert complexe $\underline{H}$ est donnée par

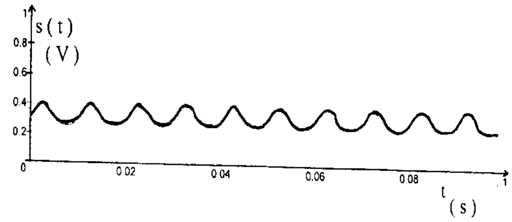
$$\underline{H} = \underline{S} / \underline{E'} = H(\omega).\ \exp(j \cdot \varphi(\omega))$$

où $H(\omega)$ est le gain et $\varphi(\omega)$ le déphasage de s (t) par rapport à e' (t).

a. Sans calcul, justifier qualitativement que le circuit se comporte comme un filtre dont on précisera le type.
b. Quelle est la valeur maximale du gain H_{max} ?
La bande passante du filtre est l'ensemble des pulsations ω (ou des fréquences f) pour lesquelles le rapport $H(\omega) / H_{max}$ (ou $H(f) / H_{max}$) est supérieur ou égal à $1/\sqrt{2}$.
On choisit R = 10 kΩ   C = 1 µF. Quelle est, numériquement, la bande passante de ce filtre ?
Pour les fréquences 0 , 100 , 200 , 400 (Hz) calculer le gain.
c. On branche le filtre après le montage diode idéale, résistance R_1 envisagé en 1.

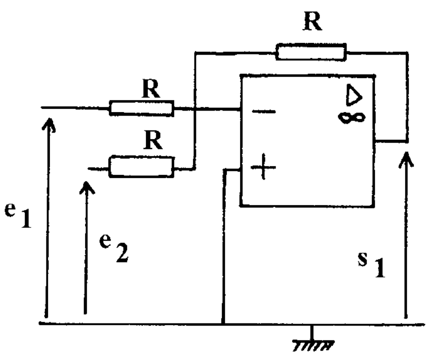


Le signal $u_r(t)$, tension aux bornes de R_1, peut être considéré comme la superposition de sa valeur moyenne $\langle u_r \rangle$ et d'un grand nombre de termes harmoniques de pulsations successives ω , $2.\omega$, $4.\omega$, ..., mais d'amplitudes décroissantes :
$u_r(t) = \langle u_r \rangle + (E_m / 2).\ \sin(\omega \cdot t) - (2.E_m / (3.\pi)).\ \cos(2.\omega\ .t) - (2.E_m / (15.\pi)) \cos(4.\omega\ .t) + ...$
Calculer, pour le signal de sortie s (t), la valeur moyenne et l'amplitude des trois premières harmoniques, lorsque $\omega / (2 \cdot \pi) = 100$ Hz et $E_m = 1$ V.
Le signal s (t), observé à l'oscilloscope, a l'allure ci-contre ; en proposer une explication.

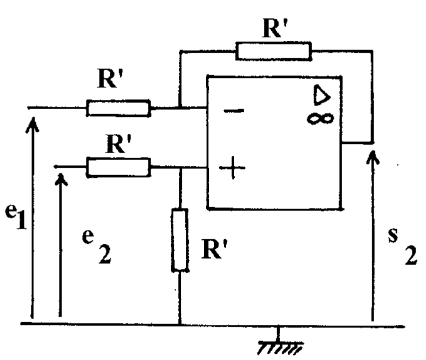


II. DIODE, EN MODE PASSANT, COMBINEE AVEC UN AO IDEAL, UTILISEE DANS SON DOMAINE DE FONCTIONNEMENT LINEAIRE

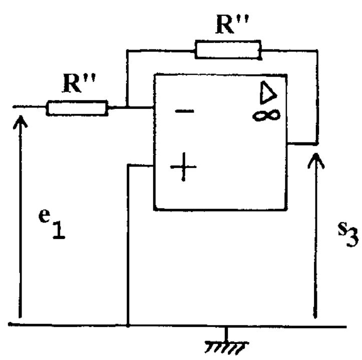
1. Dans les 3 montages ci-dessous, on utilise un AO et des résistances.



montage 1



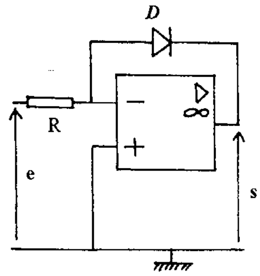
montage 2



montage 3

Pour chaque montage, établir les expressions des tensions de sortie s_i en fonction des tensions d'entrée e_i et, éventuellement, des résistances R, R' et R''.
Donner un titre à chaque montage.

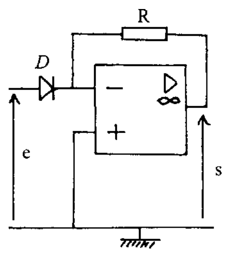
2. Dans le montage ci-contre, une diode est associée à un AO ; la diode n'est plus considérée comme idéale, sa caractéristique est modélisée par :
$I(V) = I_0 . (\exp[q.V / (k_B . T)] - 1)$; ici T désigne la température absolue et I_0 est > 0.



a. Vérifier, qu'en mode passant ($I > 0$ et $V > 0$), à partir d'une certaine valeur de la tension V, à température ambiante, on peut envisager l'approximation suivante : $I(V) \approx I_0 . \exp(a.V)$

b. <u>Cette approximation étant vérifiée dans tout ce qui suit</u>, établir la relation liant s et e.
Quelle condition doit vérifier e ?
Donner un titre au montage.

c. On permute les positions de R et *D*, la même approximation utilisée en 2a étant vérifiée.
Même question qu'en b : établir la relation liant s et e, expliciter la condition que doit vérifier e et donner un titre au montage.



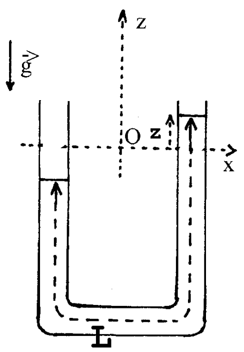
3. On veut construire un opérateur effectuant la multiplication de 2 signaux e_1 et e_2, en utilisant des AO idéaux et des diodes, en mode passant, et toujours modélisées selon l'approximation utilisée en 2a.

a. Montrer, qu'en utilisant d'abord 2 montages du type question 2b et puis l'un des montages de la question 1, on peut obtenir, à partir des 2 signaux d'entrée e_1 et e_2, un signal de sortie du type
$$(1 / a) . \ln[e_1 . e_2 / (R . I_0)^2]$$

b. Montrer ensuite, que 2 montages proposés dans les questions 1 et 2, utilisés dans un certain ordre, permettent d'aboutir, à partir du signal de sortie précédent jouant le rôle de signal d'entrée, à un signal de sortie final du type $e_1 . e_2 / (R I_0)$.

2$^{\text{ème}}$ Partie

I. MOUVEMENTS D'UN LIQUIDE DANS UN TUBE EN U



On considère un tube en U, de section S constante, dont les branches parallèles verticales sont ouvertes aux 2 extrémités. Il contient, sur une longueur L (longueur « moyenne », en pointillé sur la figure), un liquide incompressible, de viscosité négligeable, de masse volumique μ. On définit un référentiel galiléen par les axes Ox, Oy, Oz ; Ox et Oy définissant le plan horizontal passant par le niveau libre du liquide lorsque celui-ci est au repos ; l'axe Oz est vertical ascendant dirigé par le vecteur directeur $\vec{u}_z$.

Le champ de pesanteur, caractérisé par son accélération $\vec{g}$, est supposé uniforme.

On note z l'abscisse verticale de la surface libre du liquide (côté droit du tube, voir figure), lorsque celui-ci est en mouvement (colonne de liquide supposée continue). On néglige la force de frottement due à l'air et on utilise la notation habituelle $\dot{z}$, $\ddot{z}$ pour les deux premières dérivées temporelles de la fonction z (t).

1. Montrer que la colonne de liquide est soumise à une force de « rappel » dont on donnera l'expression en fonction de z et des paramètres définis précédemment.

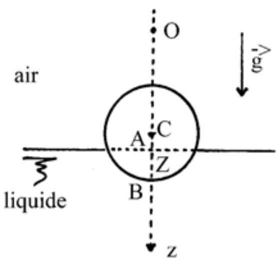
2. Cette force est-elle conservative ?
Etablir l'expression de l'énergie potentielle E_p associée à cette force ; on choisira l'origine de cette énergie nulle si z = 0.

3. Ecrire l'expression, en fonction de $\dot{z}$, de l'énergie cinétique E_c de la colonne, qui est la même que celle du centre de gravité de cette colonne, de même vitesse en norme que celle de la surface libre et affecté de la masse totale de la colonne de liquide.

4. En déduire l'équation différentielle, dépendant de z et décrivant le mouvement de la surface libre du liquide.
Caractériser ce mouvement.

5. Application numérique : calculer la période de ce mouvement avec L = 40 cm et $g = 9{,}8 \text{ m / s}^2$.

II. MOUVEMENTS VERTICAUX D'UNE SPHERE A LA SURFACE D'UN LIQUIDE AU REPOS



Une sphère pleine, homogène, de rayon R, de centre C, de masse volumique μ_S, flotte à la surface libre d'un liquide homogène, au repos, de viscosité négligeable, de masse volumique μ_L.
Dans le référentiel galiléen lié à l'axe vertical descendant Oz, passant par C, la partie immergée de la sphère est caractérisée par la longueur du segment AB, notée Z.

1. Le volume de la partie immergée est donné par l'expression $\pi \,.\, Z^2 \,.(R - Z / 3)$.
Vérifier, en utilisant les conditions aux limites, la validité de cette expression.

2. Montrer que l'équilibre de la sphère est lié à une équation du type $a - Z = b / Z^2$.
Exprimer a et b en fonction des paramètres μ_S, μ_L et R.

3. On choisit $\mu_L = 10^3 \text{ kg / m}^3$ et $\mu_S = 840 \text{ kg / m}^3$.
Montrer, par une méthode graphique, qu'une seule valeur est possible pour Z.
Trouver, en fonction de R, l'expression approchée de cette valeur, qu'on notera Z_0.

4. On veut obtenir l'équation différentielle des <u>petits mouvements verticaux</u> de cette sphère autour de sa position d'équilibre $Z = Z_0$. On néglige toujours la force de frottement due à l'air et le liquide reste au repos.

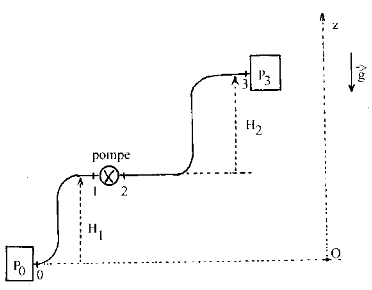
   a. Montrer que la sphère est soumise à une résultante des forces verticales du type $- k \,.\, \varepsilon$ où $\varepsilon = Z - Z_0$:
   on établira une relation approchée en utilisant le résultat de la question 3. et on exprimera k en fonction de R, μ_S et g uniquement.
   b. Montrer que, dans le référentiel considéré, l'accélération du point C est liée simplement à $\ddot{\varepsilon}$.
   c. En déduire l'équation différentielle, dépendant de ε, des petits mouvements verticaux de la sphère : on se ramènera à la mécanique du point en raisonnant sur le centre de gravité C, affecté de la masse totale de la sphère et « subissant » la force $- k \,.\, \varepsilon$.
   d. Quelle est la période de ces mouvements, exprimée en fonction de R et g ?
   Application numérique : calculer la période si R = 1 cm et $g = 9{,}8 \text{ m / s}^2$.

III. ECOULEMENTS DU LIQUIDE

On considère un liquide incompressible, homogène, non visqueux, en écoulement stationnaire et irrotationnel, dans le champ de pesanteur supposé uniforme.

1. Rappeler, sans justification, l'équation de Bernoulli relative à l'unité de masse du liquide. On précisera la notation utilisée et on commentera l'aspect énergétique des différents termes utilisés (l'axe vertical est orienté suivant la direction ascendante).

2. On se propose d'utiliser cette équation, pour interpréter de façon simplifiée, les caractéristiques d'une pompe de vidange. Cette pompe aspire de l'eau (masse volumique : $\mu_{eau} = 10^3$ kg / m^3) contenue dans une enceinte inférieure à la pression P_0 , et la refoule dans une enceinte supérieure à la pression P_3 . H_1 est la hauteur d'aspiration et H_2 celle de refoulement. On désigne par 0 , 1 , 2 , 3 les points des conduites où les pressions valent P_0 , P_1 , P_2 , P_3 , les vitesses de l'eau v_0 , v_1 , v_2 , v_3 (v_0 est négligeable par rapport aux autres vitesses) ; la pompe fonctionne en régime permanent (débit constant).



a. Montrer que l'énergie mécanique massique apportée par la pompe s'exprime en fonction des grandeurs P_3 , P_0 , μ_{eau} , g , v_3 , H_1 et H_2.

b. La pompe considérée a une puissance nominale de 300 W et un débit en volume (souvent appelé débit volumique), en régime permanent, de 7000 L / h ; la conduite de refoulement, cylindrique, a un diamètre intérieur de 15 mm.
Quelle est la dénivellation théorique entre les niveaux 0 et 3 , sachant que P_3 et P_0 valent sensiblement 1 bar et que le rendement, en puissance, est de 85 % ?

c. Le constructeur indique une dénivellation de 6 m ; comparer au résultat précédent et commenter.

3. Pour mesurer le débit d'une pompe en régime stationnaire, on dispose sur une partie horizontale de la conduite présentant localement un étranglement, un « Venturi » constitué de 2 prises de pression statique, reliées entre elles par un manomètre à mercure (masse volumique $\mu_{Hg} > \mu_{eau}$), en U ; les prises sont placées l'une dans l'étranglement et l'autre avant, mais sur un même axe horizontal ; les tubes de raccordement du manomètre aux prises sont remplis d'eau ; on note P_1, d_1, v_1 et P_2, d_2, v_2 les pressions, diamètres, vitesses dans les sections 1 et 2.

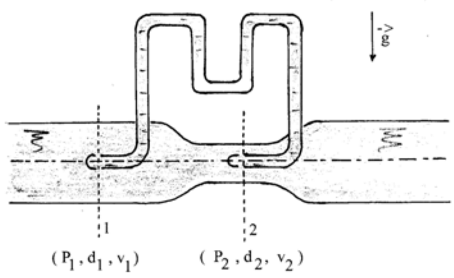
a. La colonne de mercure a été omise sur le dessin ; sur une figure simple et annotée, placer cette colonne en y indiquant la dénivellation h liée à cette colonne.

b. Montrer que la mesure de cette dénivellation h permet la détermination du débit en volume de cette pompe.

c. Calculer le débit dans le cas d'une pompe pour laquelle h = 50 cm, d_1 = 70 cm et d_2 = 50 cm.

La densité du mercure par rapport à l'eau est de 13,6.

Ce dispositif serait-il bien adapté pour mesurer le débit de la pompe étudiée dans la question 2 ?



Fin du 2^e problème