
QUESTIONS COURTES 2004

Question 1 ESCP 2004 F 1

Soit (X_n) une suite de variables aléatoires définies sur le même espace probabilisé et X une variable aléatoire définie également sur cet espace. On suppose que (X_n) converge en loi vers X , la suite $(X_n - X)$ converge-t-elle nécessairement en loi vers la variable certaine nulle ?

Question 2 ESCP 2004 F 1

Nature de la suite de terme général $u_n = \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{\ln k}{n^2}\right)$.

Question 3 ESCP 2004 F 3

Résoudre l'équation $X^3 = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ \sin t & -\cos t \end{pmatrix}$.

Question 4 ESCP 2004 F 1

On confond polynôme et fonction polynôme. Soit f défini sur $\mathbb{R}_n[X]$ par :

$$f(P) : x \mapsto \int_0^1 P(x+t) dt$$

Montrer que f est un endomorphisme de $\mathbb{R}_n[X]$. Est-il diagonalisable ?

Question 5 ESCP 2004 F 2

Quelles sont les variables aléatoires *discrètes* qui sont indépendantes d'elles-mêmes ?

Question 6 ESCP 2004 F 2

Soit E l'ensemble des endomorphismes f de $\mathbb{R}_n[X]$ tels que pour tout polynôme P , $\deg f(P) \leq \deg P$. Montrer que E est un \mathbb{R} -espace vectoriel et déterminer sa dimension.

Question 7 ESCP 2004 F 3

Résoudre $X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Question 8 ESCP 2004 F 2

On lance en une seule fois n pièces de monnaie, la probabilité que la $k^{\text{ème}}$ pièce amène Pile valant $\frac{1}{2k+1}$. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair de Pile ?

Question 9 ESCP 2004 F 1

Montrer que pour $x > -1$ et $k \in \mathbb{N}^*$, on a : $(1+x)^k \geq 1+kx$.

Déterminer un équivalent simple de $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^k$ lorsque n tend vers l'infini.

Question 10 ESCP 2004 F 2

Soit E un \mathbb{C} -espace vectoriel de dimension finie et f, g deux endomorphismes de E tels que $E = \text{Im } f + \text{Im } g = \text{Ker } f + \text{Ker } g$. Montrer que ces sommes sont directes.
