

ORAL DE MATHÉMATIQUES

Options Scientifique et Économique

1. Règle du jeu

Les candidats disposent d'une demi-heure pour préparer deux exercices, qu'ils exposeront pendant 20 minutes environ aux deux examinateurs. L'interrogation se poursuit par la discussion d'une question sans préparation, pendant 10 minutes environ.

Exercices et questions sans préparation sont couplés de telle sorte que les trois grands thèmes du programme (analyse, algèbre, probabilités) sont abordés au cours de l'interrogation.

Les mêmes exercices sont proposés à quatre candidats successifs ainsi qu'aux autres candidats interrogés simultanément afin de permettre une notation relative.

Les exercices comportent, sauf exception, deux questions. La première question, parfois scindée en deux sous-questions, est très proche du cours : énoncé d'un théorème avec ou sans démonstration, définition d'un objet mathématique, illustration géométrique d'une propriété, exemple d'objet possédant ou non une propriété donnée, mise en œuvre sur un exemple d'une méthode classique, etc.

La seconde question, elle aussi divisée en sous-questions, prolonge la première par l'utilisation, dans un contexte particulier, de la notion évoquée avant, par l'examen d'une généralisation ou d'une réciproque, par la recherche d'un exemple d'objet possédant ou non une propriété moins courante.

La première question de chaque exercice est conçue pour isoler un point important du programme et tester la compréhension du candidat sur ce sujet. L'ensemble des questions posées couvre la totalité du programme sans pour autant « tirer dans les coins ». Quand une question est de nature abstraite, pour limiter le nombre de paramètres à gérer par le candidat, on exemplifie souvent tout ou partie du contexte. C'est ainsi qu'on ne demande pas de montrer que les sous-espaces propres d'un endomorphisme sont en somme directe, mais d'établir que, si un endomorphisme possède les réels 1, 2 et 3 comme valeurs propres, alors les sous-espaces propres correspondants sont en somme directe.

La question sans préparation « révée » est une question courte, ouverte, parfois volontairement vague, réclamant une initiative du candidat (étude de cas particuliers, choix d'une hypothèse supplémentaire, formulation d'une conjecture, etc.) et permettant des réponses partielles. L'objectif est de tester la capacité du candidat à mobiliser l'ensemble de ses connaissances et de son savoir-faire pour aborder un problème nouveau.

Il s'agissait de la deuxième session de l'oral utilisant cette procédure particulière d'interrogation. La trame des exercices de l'année précédente a été reprise mais, outre la rotation des textes entre les différentes « planches », presque tous les exercices ont connu une nouvelle rédaction et un quart d'énoncés nouveaux sont apparus. Cela dit, les questions « proches du cours » n'ont aucune raison de changer (Bienaymé-Tchebychev sera toujours Bienaymé-Tchebychev !) et si un candidat maîtrisait la totalité de la centaine de questions de ce type, le jury en serait le premier satisfait car le but serait atteint : faire en sorte que les définitions et énoncés importants, les méthodes de résolution, soient connus et que soit perçue la signification, l'image mentale, des objets qu'on manipule.

Rappelons enfin que l'oral départage les candidats admissibles et que les questions posées se situent au niveau de tels candidats.

2. Les résultats

En option scientifique 472 candidats ont été interrogés et la moyenne des notes obtenues est 10,2. Environ 20% des candidats de cette option obtient une note supérieure ou égale à 15 et plus de 15% une note inférieure ou égale à 5.

En option économique 178 candidats ont été interrogés et la moyenne des notes obtenues est 9,2. Plus de 15% des candidats de cette option obtient une note supérieure ou égale à 15 et plus de 20% une note inférieure ou égale à 5. Encore plus cette année que les années précédentes, l'écart semble se creuser entre le petit quart de candidats de cette option qui font des mathématiques et le gros de la troupe qui semble subir avec courage, mais sans réel profit, des séances de dressage au calcul.

L'écart-type est, pour les deux options, voisin de 4,4.

Le but visé par le jury, plus qu'un énième calcul sans finalité, est le contrôle des acquis réels du candidat sur les points essentiels du programme, ce qu'on emporte sur une île déserte : des méthodes de raisonnement (par récurrence, par l'absurde, etc.), la compréhension de la linéarité et de la notion de dimension en algèbre linéaire, la maîtrise de la notion de limite et celle des ordres de grandeurs, la perception des trésors que recèlent les liens entre le discret et le continu, l'interprétation d'une probabilité comme une mesure ou une répartition de masses, le contrôle de la signification d'une moyenne ou d'une dispersion, le principe de l'estimation, etc., et, d'une façon générale, d'une part, une vision vivante, géométrique, des objets mathématiques et, d'autre part, un souci du questionnement, de l'estimation *a priori*, du contrôle *a posteriori*. Les élèves des classes économiques et commerciales ne seront ni ingénieurs, ni mathématiciens, raison de plus pour que l'enseignement des mathématiques soit le plus culturel possible. On n'apprend pas le piano pour faire des gammes.

Un oral est un ...oral ! Qu'on nous pardonne cette tautologie, mais bien peu de candidats ont la maîtrise de cet exercice. Sans doute habitués, durant leurs deux années d'études, à passer les colles de mathématiques par trinôme et sans temps de préparation, les candidats ont bien du mal à exposer leurs résultats avec clarté et concision, préférant noircir le tableau, souvent en silence, la parole ne servant, au mieux, qu'à lire ce qu'ils écrivent.

L'épreuve est un dialogue entre le jury et le candidat. Celui-ci doit annoncer sa méthode de résolution, commenter les calculs qu'il mène dont il note au tableau les étapes essentielles, négligeant les intermédiaires anodins, pouvant compter sur une certaine aisance calculatoire de la part de celui-là.

Si le jury est amené à faire une observation, la première réaction du candidat ne doit pas être d'effacer le plus vite possible le tableau (pour ne laisser aucune trace de sa « faute » ?), ni de couper court et retourner à ses chers calculs, montrer un peu de quoi il est capable, ni de proposer aussitôt une autre méthode de résolution sans rapport avec celle exposée jusque-là. Il s'agit au contraire de s'attarder sur le point litigieux, de compléter l'argumentation, de rectifier une petite erreur ou de se convaincre qu'une erreur plus grave a été commise. Certains candidats, en montrant leur capacité d'analyse, ont ainsi obtenus des notes bien meilleures que ce que leur travail de préparation pouvait leur laisser espérer. En revanche d'autres, par surdité, par manque de conviction en leurs propres écrits, se sont condamnés à des notes basses. D'une façon générale, nombreux sont les candidats qui ne répondent pas aux questions posées ou, plus exactement, qui ignorent les questions posées, non par dédain, mais parce que leurs efforts semblent avoir porté sur l'acquisition de « trucs » en tous genres, le tout n'ayant aucune portée, aucun sens et, qu'ainsi une question sur le « bidule » relève de l'absurde.

Les candidats, mis à part quelques candidats de l'option Économique, connaissaient le principe de l'interrogation et savaient qu'ils seraient confrontés à des questions proches du cours. Cela dit beaucoup d'entre eux se sont trouvés en difficulté dès le début de leur passage devant le jury, faute de pouvoir donner précisément la définition d'un objet ou l'énoncé d'un théorème.

Ajoutons quelques remarques concernant la forme des exposés.

Qu'on se le dise ! Les fonctions, les espaces vectoriels, etc., sont à tout le monde et il est hors de question de se les approprier. Un candidat qui commence par « Bon, alors là, ma fonction j'veais la dériver et mon x il devient... » augure mal de sa future (et hypothétique) carrière de consultant.

Le conditionnel, version 2004, est à l'honneur : « J'aurai pensé étudier la fonction », « On aurait pu utiliser un théorème » (assez bon principe au demeurant), sans oublier le sublime « J'aurai du réfléchir avant ».

Enfin, malgré les remarques figurant de manière récurrente dans les rapports, presque tous les candidats lisent « pour tout x appartient $\mathbb{R}$ » l'écriture : « $\forall x \in \mathbb{R}$ », laissant ainsi penser qu'il lisent avec le doigt, déchiffrant les symboles un à un.

Ces observations sont sans conséquence directe sur la notation mais elles témoignent d'un rapport curieux au savoir.

3. Commentaires détaillés

On trouvera ci-dessous, pêle-mêle et sans volonté d'exhaustivité, quelques remarques, glanées au cours des interrogations, concernant l'option scientifique ou, le plus souvent, les deux options. La plupart mettent l'accent sur le principal défaut observé cette année comme l'année passée : l'absence d'image mentale des notions mises en œuvre.

Algèbre

Incroyable! Un candidat sur deux ne sait pas interpréter le module d'un nombre complexe, et quasiment aucun ne sait interpréter le module d'une différence de deux nombres complexes. Aucun n'a su, sans aide appuyée du jury, trouver le lieu du point d'affixe $z + b$ quand le point d'affixe z parcourt le cercle unité. De même, aucun candidat ne sait, sans indication, identifier l'image de $\mathbb{C}$ par l'application $z \mapsto z^2$.

Les candidats ne connaissent que le sens trivial de la caractérisation des projecteurs.

Les sommes directes de plus de deux sous-espaces vectoriels sont peu familières aux candidats. Certains ignorent même la définition d'une somme directe de trois sous-espaces vectoriels, confondent la somme et la réunion ou proposent de montrer que l'intersection des trois est réduite au vecteur nul (qu'on appelle le vide).

Les bons candidats maîtrisent le raisonnement par analyse-synthèse, les autres établissent souvent deux fois la même chose.

Les candidats, bardés de connaissances sur les matrices symétriques, sont incapables de donner un exemple de produit scalaire sur $\mathbb{R}^2$ différent du produit scalaire usuel.

Les polynômes annulateurs sont mieux connus... tant qu'il ne s'agit pas d'en exhiber un pour une matrice simple (même 3×3 triangulaire).

Trouver une base d'un plan de $\mathbb{R}^4$ donné par des équations cartésiennes est très discriminant.

Déterminer les applications linéaires de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ en arrête beaucoup.

En option économique signalons qu'aucun des 8 candidats interrogés sur le sujet n'a pu donner d'exemple d'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$, par une matrice au besoin, ayant un noyau égal à son image. Presque tous proposent l'endomorphisme nul, dont on a bien du mal à trouver l'image et le noyau... Beaucoup sont d'ailleurs incapables de fournir la définition de la matrice d'un endomorphisme dans la base canonique. On constate les dégâts du tout matriciel.

Analyse

L'étude des suites vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+1} = f(u_n)$, n'est toujours pas très au point. Les dessins sont toujours les bienvenus!

Un calcul aussi classique que celui de l'intégrale $I_{n,p} = \int_0^1 x^n (1-x)^p dx$, surtout quand l'énoncé conseille d'obtenir une relation de récurrence, doit être exposé de façon rapide.

Le second membre de l'inégalité de Taylor-Lagrange est toujours aussi difficile à obtenir de façon exacte. De plus, sa signification en terme de contrôle d'une approximation paraît obscure aux candidats. Les conditions de validité de cette inégalité ou de la formule avec reste sous forme d'intégrale sont souvent fantaisistes (la fonction est supposée continue...).

Il est pénible de devoir attendre plusieurs minutes pour avoir le tracé du graphe de la fonction $x \mapsto x + \frac{1}{x}$ et cocasse d'entendre qualifier la courbe obtenue de «presque droite» ou de «parabole aplatie».

La détermination des valeurs prises par $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ quand a et b parcourent $]0, +\infty[$, distingue les très bons candidats, plonge les autres dans un grand moment de solitude, avant que de les noyer sous un flot de dérivées partielles qui leur fait oublier la question posée. Pour écraser une mouche, on pourra comparer les mérites respectifs de la tapette et du marteau.

Il est parfois difficile d'obtenir la dérivée d'une fonction du type $x \mapsto \int_x^{+\infty} f(t) dt$ et celle, en voie économique, d'une fonction du type $x \mapsto \int_x^{x^2} f(t) dt$.

La convexité n'a toujours pas la cote. Plus généralement, les candidats repèrent difficilement les combinaisons convexes et leur interprétation géométrique.

Les candidats doivent connaître un équivalent de $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$. D'une manière générale, ils doivent savoir encadrer

$\sum_{k=1}^n f(k)$ à l'aide de deux intégrales (et savoir illustrer graphiquement cet encadrement) dans le cas d'une fonction continue monotone et, le cas échéant, en déduire un équivalent de cette somme. Malgré les incessantes remarques des rapports, cette méthode des rectangles reste méconnue.

Les questions concernant la nature des séries et des intégrales impropres posent toujours les mêmes difficultés. Il faut utiliser avec soin les théorèmes de comparaison.

Les candidats croient presque tous que les suites de termes généraux n^2 et λn^2 sont équivalentes.

Toute question relative aux fonctions de plusieurs variables, y compris la définition des dérivées partielles, condamne les candidats.

Il est souvent laborieux de déterminer la limite d'une somme comme $\sum_n^{2n} u_k$ (resp. d'une intégrale comme $\int_x^{2x} f(t) dt$) quand la série de terme général u_n converge (resp. quand l'intégrale $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ converge).

Les candidats calculent souvent des développements limités d'une fonction en utilisant une formule de Taylor, sans utiliser les développements limités classiques.

Les développements limités permettent d'assurer, localement, des encadrements bien utiles.

En option économique on confond souvent prolongement des inégalités et théorème d'encadrement. Le jury est surpris, toujours en option économique, de constater que presque tous les candidats sont arrêtés par la limite de la suite de terme général u_{2n} connaissant la limite de la suite de terme général u_n .

Probabilités

Pour obtenir une certaine égalité combinatoire il faut souvent dénombrer de deux façons différentes le même ensemble en effectuant une partition de cet ensemble. Cette méthode féconde ne s'improvise pas. Il faut maîtriser son principe.

Quand on propose un résultat de dénombrement faisant intervenir un ensemble à n éléments, il est prudent de le tester au moins dans le cas où n vaut 1.

Si la notion de σ -algèbre semble, ici ou là, avoir été exhumée, celle de variable aléatoire attendra des jours meilleurs...

Demander de comparer pour l'inclusion deux événements est souvent très sélectif.

Le recours raisonné aux conditions d'indépendance ou d'incompatibilité des événements permet à certains de briller sans frais. Le plus souvent, «indépendance» et «incompatibilité» font offices de divinités païennes siamoises qu'on invoque à tout bout de champ pour se protéger des maléfices, lointaines cousines de «réurrence» et «théorème» au panthéon des préparateurs. Par Belenos!

Les candidats ont toujours beaucoup de mal à décrire un événement comme intersection ou réunion dénombrable d'autres événements. De plus le théorème de continuité monotone n'est qu'exceptionnellement cité.

Les confusions entre probabilité d'une intersection et probabilité conditionnelle persistent.

Les candidats ne semblent n'avoir vu des matrices de covariance que la définition, sans exemple de leur utilité.

Concernant les lois géométriques et exponentielles il est préférable de travailler avec la queue de la distribution plutôt qu'avec la fonction de répartition. Se référer à un modèle de la loi géométrique éviterait d'ailleurs bien des erreurs dans d'inutiles et laborieux calculs de sommes de séries.

On ne peut pas justifier l'égalité $\mathbf{P}([X \leq a]) = \mathbf{P}([e^X \leq e^a])$ uniquement par la croissance de la fonction exponentielle.

Comme chaque année, les candidats ont bien du mal à tracer plusieurs densités gaussiennes sur un même dessin, à estimer une espérance au vu du tracé d'une densité de la variable, à faire un choix entre deux valeurs proposées pour une variance. Quant à la signification du coefficient de corrélation linéaire...

Le théorème de la limite centrée est souvent connu, sa signification souvent méconnue et son utilisation rarissime.

Conclusion

Apprendre sans comprendre, bachoter, même pour parer au plus pressé, n'est pas une politique très rentable pour affronter cet oral, dont l'exigence est à la mesure du respect que le jury a pour l'intelligence des candidats de cette filière économique et commerciale.

ORAL DE MATHEMATIQUES

Option Technologique

Les candidats disposent d'une demi-heure pour préparer un seul exercice, qu'ils exposeront pendant 20 minutes environ aux deux examinateurs. L'interrogation se poursuit par la discussion d'une question sans préparation, pendant 10 minutes environ.

Cette année le jury a interrogé 9 candidats, ce qui constitue un record. La note moyenne est 9,2.

Le jury, conscient du passé scolaire de ces candidats moins classique que celui de leurs camarades des autres options, avance prudemment, évite toute déstabiliser et exemplifie, à chaque question, le contexte des questions. S'attendant au pire, que l'on frôle quand un candidat avoue avoir oublié l'aire d'un carré ou quand un autre propose en permanence de faire des intégrations par parties, le jury s'est montré assez satisfait de la capacité calculatoire convenable de certains candidats. Cela dit, dès qu'il s'agit d'interpréter un résultat, pourtant souvent très clair, d'émettre une modeste conjecture, bref de faire un pas tout seul, alors les connaissances se révèlent bien fragiles et de bien peu d'utilité.

ORAL DE MATHEMATIQUES

Option BL

Les candidats disposent d'une demi-heure pour préparer deux exercices, qu'ils exposeront pendant 20 minutes environ aux deux examinateurs. L'interrogation se poursuit par la discussion d'une question sans préparation, pendant 10 minutes environ.

Cette année le jury a interrogé 11 candidats, les soumettant au même régime que les candidats des options Scientifique et Économique. La note moyenne est 5,5. Les candidats, sauf un, se sont effondrés à l'oral. La plupart n'avaient rien à dire sur aucun des sujets proposés, certains ayant visiblement fait l'impasse sur les mathématiques.

Les candidats de cette option ont toujours présenté une certaine fragilité quant à l'utilisation des techniques usuelles (leur programme est vaste et le temps consacré à son étude plus réduit que dans les autres filières) mais, par le passé, ils avaient montré des qualités de finesse qu'on espère retrouver dès le prochain concours.

ECOLE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES
CONCOURS D'ADMISSION EN PREMIERE ANNEE 2004

Moyennes des épreuves orales

	Option S		Option E		Option L		Option T		Moyenne Générale		Nombre de candidats
Epreuves	Moy.	Cand.	Moy.	Cand.	Moy.	Cand.	Moy.	Cand.			
									(*)		
Entretien "face à face"	11.40	473	11.72	179	12.13	31	9.89	9	11.90	11.50	692
Culture & Sc.Humaines	8.87	472	8.92	178	12.13	31	6.89	9	08.70	09.00	690
Aptitude Log.A/L LSH					10.38	21			09.86	10.38	21
Mathématiques (S)	10.21	472							10.45	10.21	472
Mathématiques (E & T)			09.24	178			9.22	9	09.60	09.24	187
Mathématiques Op. L B/L					5.91	11			08.99	05.91	11
Histoire & Géographie	9.95	472							10.51	09.95	472
Histoire A/L					09.89	18			11.17	09.89	18
Histoire LSH					12.92	13			12.58	12.92	13
Analyse Eco. et Histo.			11.48	179					11.08	11.48	179
Economie							15.44	9	18.00	15.44	9
Langue Vivante I	12.51	472	11.95	178	13.58	31	12.50	9	12.04	12.42	690
Langue Vivante II	13.30	473	13.40	179	12.16	31	9.56	9	13.05	13.23	692

(*) : Rappel 2003