MATHÉMATIQUES 2S
(épreuve n° 283)
ANNEE 2017
Épreuve conçue par HEC Paris et ESCP Europe
Voie économique et commerciale

Le sujet

Le problème de cette année était basé sur la loi de Cauchy qui constitue un exemple important de loi ne possédant aucun moment et il s'appuyait essentiellement sur la fonction Arctangente et ses propriétés.

La partie I proposait une démonstration de la formule de Stirling par des méthodes probabilistes, notamment les convergences de suites de variables aléatoires et le théorème de Slutzky en vigueur dans le programme de l'option scientifique depuis le concours 2015.

Dans la partie II, on s'intéressait à quelques propriétés de la loi de Cauchy (fonction de répartition) et à certaines propriétés de la fonction Arctangente (imparité, encadrement, etc.)

Dans la partie III, on déterminait la loi de la moyenne empirique d'un échantillon de la loi de Cauchy, ce qui permettait d'observer, à l'aide de questions graphiques *Scilab*, que la quantité d'information apportée par une seule réalisation de la loi de Cauchy était identique à celle contenue dans n réalisations et que à cause de l'absence de moments, la loi faible des grands nombres ne s'appliquait à cette loi.

Enfin, la partie IV s'intéressait à la loi de la médiane empirique d'un échantillon de la loi de Cauchy en exhibant une densité de ce quantile empirique et en prouvant la convergence en loi et en probabilité de la suite des médianes empiriques vers la médiane théorique de la loi.
La convergence en loi vers la loi normale centrée réduite permettait de déterminer un intervalle de confiance asymptotique de la médiane théorique, paramètre supposé inconnu.

Les résultats statistiques

La note moyenne des 3176 candidats ayant participé à cette épreuve s'établit à 10,48 avec un écart-type très élevé de 4,93.
Près de 42% des candidats obtiennent une note supérieure à 12 et 15,4% de l'ensemble des candidats se voient attribuer une note supérieure à 16 ; enfin, 2,4% de candidats, soit un plus de 75, se situent entre 19 et 20, et parmi ceux-ci, 40 obtiennent la note maximale de 20.
Le barème de notation accordait aux quatre parties du problème les poids respectifs de 34%, 17%, 17% et 32%.
Les questions de *Scilab* représentaient 5,5% des points de barème.

Les meilleures copies (très rares) réalisent près des deux-tiers du problème, c'est-à-dire la partie I et la partie II et quelques questions dans les parties III et IV.
Les résultats par école sont les suivants :

- HEC (2239 candidats) - moyenne : 11,98 ;
- ESCP Europe (2438 candidats) – moyenne : 11,81.

Commentaires

L'appréciation globale que l'on peut tirer de l'examen des copies est la suivante :

- La partie I est assez souvent bien traitée mais on assiste toutefois à quelques tentatives de « bluff », lesquelles, rappelons-le, sont sanctionnées par les correcteurs.
- La partie II est plutôt bien traitée.
- Les parties III et IV sont très peu abordées sauf par de très bons candidats ou bien par quelques grappilleurs de points.
- Insistons sur le fait que le soin et la rédaction des copies entrent en partie dans la notation finale : on observe encore trop de copies dans lesquelles les candidats n'ont pas pris le temps nécessaire à une rédaction claire et qui « foncent » sans préciser leur démarche sans souligner ou encadrer les résultats importants.
- Beaucoup de candidats éprouvent une véritable aversion aux représentations graphiques de fonctions !!
- Rappelons que les variables aléatoires X_1+X_2 et $2X$ ne sont pas égales !!
- De même, un estimateur sans biais d'un paramètre n'est pas n'importe quelle variable aléatoire dont l'espérance est égale au paramètre !!
- Souvent, les équivalents sont déterminés à une constante multiplicative près !! Ainsi, $1/t^2$ n'est pas équivalent à n/t^2 (sauf si $n = 1$).