



**MATHÉMATIQUES S**  
**(ÉPREUVE N° 281)**  
**ANNÉE 2018**  
**ÉPREUVE CONÇUE PAR ESSEC BUSINESS SCHOOL**  
**VOIE ÉCONOMIQUE ET COMMERCIALE**

**1 – Le sujet**

L'épreuve portait sur les séries génératrices. La première partie proposait aux étudiants de comparer les ensembles  $A(r) = \{(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \text{ telle que } : \forall k \in \mathbb{N}, \text{ la série } \sum_{n=0}^k |a_n| r^n \text{ converge}\}$  et les ensembles  $B(r) = \{(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \text{ telle que la suite } (a_n r^n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ converge vers } 0\}$ . La deuxième partie traitait de la régularité des fonctions  $f_a : x \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ . La troisième partie permettait alors d'obtenir une formule de réciprocity donnant la suite  $a$  en fonction de la suite  $(f_a^{(n)}(1))_{n \in \mathbb{N}}$ . La quatrième partie proposait enfin d'utiliser les résultats obtenus pour l'étude de variables aléatoires discrètes. En particulier, l'exemple d'une variable aléatoire finie permettait d'aborder un peu d'algèbre linéaire.

**2 – Barème, attentes du jury**

Les questions étaient de difficultés variées, certaines proches du cours et d'autres demandant de l'initiative et de la réflexion. L'ensemble a permis aux étudiants, maîtrisant les connaissances exigibles et capables d'attention et de rigueur, de progresser suffisamment dans le problème pour y faire montre de leurs qualités.

Les correcteurs ont trouvé le sujet intéressant, présentant un nombre significatif de questions de difficultés raisonnables. Ainsi, il était conforme au programme et à son esprit.

18 %, 29 %, 18 % et 35 %, des points du barème ont été affectés respectivement aux quatre parties décrites ci-dessus.

### 3- Remarques de corrections

Les trois premières questions de la partie I sont relativement bien traitées. Les deux suivantes beaucoup moins.

Dans la partie II, trop peu de copies ont reconnu l'inégalité des accroissements finis à la question 7a. La manipulation de sommes et d'inégalités de 7b se devait d'être rigoureuse. Quelques rares copies seulement ont su justifier la continuité sur l'ouvert  $] -R, R[$  (question 7c).

8a demandait une justification claire et 8b a été bien réussie certes, mais n'a pas alerté les candidats sur les attentes de 8c où ils intervertissent sans égards la série et l'intégrale.

De la même façon, trop peu de candidats ont compris que la régularité de  $f_a$  était le point déterminant de la question 9. Les autres tiennent le caractère  $C^\infty$  pour acquis et ne s'attachent qu'à démontrer la formule donnant  $f_a^{(k)}(x)$ .

Dans la partie III, les candidats sérieux ont reconnu la formule de Taylor avec reste intégral. Mais il fallait observer, par exemple, la positivité et la croissance des dérivées de  $f_a$  pour obtenir les majorations demandées.

La question 13, quand elle est abordée, est plutôt bien traitée.

La partie IV a permis aux candidats observateurs qui se sont donné la peine de parcourir l'ensemble du sujet de reprendre pied dans des domaines familiers : les variables aléatoires et l'algèbre linéaire. Enfin, les calculs de 17g n'ont été abordés que de façon anecdotique.

### 4 – Conseils aux futurs candidats

Le sujet présentait des difficultés techniques mais pas conceptuelles. Certaines copies font montre d'une belle maîtrise quand d'autres ont du mal à initier le moindre développement.

Les correcteurs renouvellent avec force leur demande exprimée dans les rapports des années précédentes : les copies doivent être propres, bien présentées. C'est majoritairement le cas, mais il persiste des copies peu soignées ou bien désagréables à lire. Attention, l'effort de rédaction, la mise en évidence des conclusions sont, avec la rigueur et l'honnêteté des raisonnements, des éléments majeurs dans l'appréciation des copies.

Le barème adopté a engendré un bon étalement des notes et le sujet a permis de bien distinguer les meilleurs étudiants. Plusieurs très bonnes copies ont obtenu la note maximale.

Pour 2271 copies corrigées, l'écart-type de l'épreuve s'établit à 4,70 pour une moyenne générale de 9,51.