EDHEC 2013

RAPPORT DU JURY
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'admission sur classes préparatoires
<u>Option scientifique</u>

Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
Le sujet balayait largement le programme en donnant, cette année, une place importante à l'analyse.
La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme.
Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé ce sujet équilibré, bien construit, progressif dans la difficulté et bien adapté au public. Ils ont pu apprécier très précisément les connaissances des candidats, mais aussi leurs capacités à mener un calcul compliqué à son terme ainsi que leurs capacités à raisonner, ce qui est le premier but d'un texte de concours.
Les candidats les moins sérieusement préparés ont montré leurs faiblesses théoriques ainsi que leur mauvaise maîtrise des techniques de base (exercice 1 notamment).

• **L'exercice 1** proposait de prouver le résultat suivant : si la série de terme général $\dfrac{1}{a_n}$ converge (avec $a_n > 0$), alors la série de terme général $u_n = \dfrac{n}{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}$ converge également, et de plus, on a : $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} u_n \leq 2\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{a_n}$.
On étudiait deux exemples (dont l'un faisait l'objet d'un programme de calcul) puis le cas général était abordé, l'inégalité de Cauchy-Schwarz fournissant un excellent point de départ.

Cet exercice, très technique (il y avait de nombreux calculs difficiles à effectuer) a permis aux candidats solides de clairement se démarquer.

Notons qu'une question sur la convergence de la série de terme général $\dfrac{1}{n!}$ (qui n'est qu'une question de cours concernant la série exponentielle) a donné lieu à des développements inattendus qui n'ont pas toujours été couronnés de succès.

• **L'exercice 2** présentait un endomorphisme *f* de *E* possédant au moins une valeur propre λ réelle et l'objectif était de démontrer qu'il existait un hyperplan de *E* stable par *f*.
L'exercice commençait par l'étude de deux exemples puis on traitait le cas général grâce à l'endomorphisme f^* adjoint de *f*.

Cet exercice, théorique, a été très discriminant et a permis aux candidats les mieux formés de parfaitement faire la différence. Les correcteurs ont pu mesurer à quel point les connaissances en algèbre linéaire et en algèbre bilinéaire de très nombreux candidats sont fragiles, surtout dès que les questions posées sortent de l'ordinaire.

Remarquons, ici aussi, qu'une question facile, comme celle consistant à montrer qu'une matrice possède les mêmes valeurs propres que sa transposée, a été traitée correctement par moins de 10% des candidats.

• **L'exercice 3** portant sur la partie "variables à densité" du programme de probabilités, avait pour premier objectif d'étudier une variable aléatoire X de densité la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2x^2} & \text{si } x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La suite considérait une suite $(X_k)_{k\in\mathbb{N}^*}$ de variables aléatoires mutuellement indépendantes, admettant toutes f comme densité, et proposait de démontrer que la suite de variables (Y_n) où $Y_n = \dfrac{\mathrm{Sup}(X_1,\dots,X_n)}{n}$ convergeait en loi vers une variable aléatoire dont l'inverse suit une loi exponentielle.

Cet exercice a été abordé avec des fortunes diverses, certains candidats n'ayant visiblement très peu de connaissance sur cette partie portant exclusivement sur le programme de seconde année.

Là encore, la superficialité des connaissances de nombreux candidats les a conduits à trouver des fonctions de répartition farfelues qu'une petite vérification aurait permis de rectifier.

• **Le problème**, portant lui aussi sur le programme de probabilité, avait pour but de démontrer que, si deux variables aléatoires X et Y définies sur un espace probabilisé (Ω, $\mathcal{A}$, P), sont indépendantes, et suivent toutes les deux la loi de Poisson de paramètre λ, où λ désigne un réel strictement positif, alors on a :

$$P(X = Y) \underset{\lambda\to+\infty}{\sim} \frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda}}$$

Ce problème, calculatoire et technique, a été très sélectif en permettant de tester la fiabilité des candidats face au calcul de l'intégrale de Wallis $u_n = \int_0^{\pi/2} (\sin t)^n \, dt$, face à l'obtention d'un équivalent de u_n lorsque n est au voisinage de $+\infty$, face à des problèmes de convergence d'intégrales impropres et face à l'utilisation de l'inégalité de Taylor-Lagrange.

Une question usuelle (établir pour tout u de $[0, 1/2]$ l'inégalité $\dfrac{1}{\sqrt{1-u}} \leq 1+u$) a donné lieu a trop peu de réponses correctes, alors qu'il suffisait d'élever au carré pour s'en sortir sans dommage.

Statistiques :

• Pour l'ensemble des 3609 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 11,312 sur 20 (supérieure de 0,36 point à celle de l'année dernière) et l'écart type vaut 6,036 (légèrement supérieur à celui de l'année dernière).

• 34% des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (14% ont une note inférieure à 4). Le nombre de copies très faibles (note inférieure à 4) est en très légère augmentation par rapport à l'année dernière (1,5%).

• 20% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.

• 28% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Conclusion :

Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées, bien rédigées et agréables à lire pour les meilleures, contrairement à une minorité, difficiles à lire, et dont la présentation et l'écriture sont jugées exécrables, par un bon nombre de correcteurs.

Un nombre non négligeable de candidats sont adeptes des réponses floues, comme par exemple (exercice 3, première question) celle consistant à écrire « la fonction f est continue par morceaux » sans préciser en quels points cette fonction n'est (peut-être) pas continue. Il faut savoir que ce type de réponse est sanctionné et que l'absence d'argument ou le manque de précision peut rendre la réponse irrecevable.

Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.