

RAPPORT DU JURY 2011
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'admission sur classes préparatoires
Option scientifique

Présentation de l'épreuve :

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.

Le sujet balayait largement le programme en donnant une place importante aux probabilités (deuxième exercice et problème).

La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé ce sujet très long, plus difficile que l'année dernière, donc plus sélectif, et laissant encore plus d'initiative aux candidats (peu de résultats étaient fournis par l'énoncé). La présence de nombreuses questions abstraites a permis de bien apprécier les connaissances et les capacités à raisonner des candidats, ce qui est le premier but d'un texte de concours : les candidats bien préparés se sont très bien démarqués alors que les candidats les moins bien préparés ont montré leurs faiblesses théoriques ainsi que leur mauvaise maîtrise des techniques de base.

- **L'exercice 1** proposait de trouver une condition nécessaire et suffisante pour qu'un endomorphisme, dont un polynôme annulateur est multiple de $X - 1$, admette 1 pour valeur propre. Un exemple dans un espace de dimension 3 précisait ensuite certains résultats.

Cet exercice, théorique, a été très discriminant. Les correcteurs ont pu mesurer à quel point les connaissances en algèbre linéaire de très nombreux candidats sont superficielles : c'est l'exercice le moins bien réussi.

- **L'exercice 2** étudiait une suite de tirages dans une urne contenant $2n$ boules, deux boules portant le numéro 1, deux boules portant le numéro 2, ..., deux boules portant le numéro n . On effectuait des tirages simultanés de deux boules, avec remise si les deux numéros obtenus étaient distincts et sans remise s'ils étaient égaux (on dit alors qu'une "paire" est constituée). Deux simulations informatiques étaient proposées, l'une simulant le temps d'attente de la première paire et l'autre simulant le nombre de paires constituées lors de cette succession d'épreuves.

Beaucoup de candidats "sentent" ce qui se passe (le phénomène étudié est "géométrique"), mais trop peu d'entre eux parviennent à formaliser correctement et à obtenir les résultats corrects.

- **L'exercice 3** avait pour but d'établir l'existence et l'unicité d'une famille de polynômes de $\mathbb{R}_n[X]$ définie par les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_0 = 1 \\ \forall k \in \llbracket 0, n \rrbracket, \deg(L_k) = k \\ \forall k \in \llbracket 0, n \rrbracket, L_k(0) = 1 \\ (L_0, L_1, \dots, L_n) \text{ est une base orthonormale de } \mathbb{R}_n[X] \end{array} \right.$$

La fin de l'exercice demandait d'expliciter les polynômes P_1 et P_2 .

Le côté très technique a rebuté un certain nombre de candidats, mais les meilleurs d'entre eux ont ainsi pu creuser l'écart.

• **Le problème**, portant sur le programme de probabilités, avait pour objectif de trouver les suites réelles $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ pour lesquelles la suite de variables aléatoires $\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \right)_{n \in \mathbb{N}^*}$ converge en

loi vers une variable non constante.

La variable M_n était définie par $M_n = \sup(X_1, X_2, \dots, X_n)$, où les variables X_i , indépendantes, sont de même loi. Dans la partie 1, la loi commune aux variables X_i était la loi exponentielle de paramètre λ , et dans la partie 2, il s'agissait de la loi normale centrée réduite.

La partie 1 a été relativement bien réussie, mais la partie 2, bien plus ardue et calculatoire sur la fin, a été sélective.

Statistiques :

- Pour l'ensemble des 3748 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,82 sur 20 (quasiment égale à celle de l'année dernière) et l'écart type vaut 5,5 (il est important, mais légèrement inférieur à celui de l'année dernière).

- 31% des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (11 % ont une note inférieure à 4). Le nombre de copies très faibles (note inférieure à 4) est en légère diminution de 4 % par rapport à l'année dernière.

- 26 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.

- 21 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Conclusion :

Le niveau moyen reste stable par rapport à l'année dernière, mais il y a plus de copies très faibles (203 copies ont moins de 2 sur 20), mais aussi plus d'excellentes copies (532 copies ont plus de 18 sur 20).

Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées malgré la présence d'un nombre non négligeable de candidats qui ne respectent pas la numérotation des questions, écrivent mal (ce sont souvent les mêmes) et rendent la tâche du correcteur pénible : qu'ils sachent qu'ils n'ont rien à gagner à pratiquer de la sorte, bien au contraire. Comme l'a signalé un correcteur : « la rigueur de pensée passe également par la rigueur d'écriture ».

Il reste toujours un noyau de candidats qui ne peuvent s'empêcher de faire du remplissage au lieu d'argumenter face aux questions dont le résultat est donné : aucun correcteur n'est dupe, rappelons-le.

Précisons pour les futurs candidats qu'ils ne sont pas obligés de recopier les énoncés des questions avant de les traiter et qu'ils ne sont pas, non plus, obligés de recopier tout un programme d'informatique si la question posée était seulement de compléter quelques instructions manquantes.

Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.