CONCOURS EDHEC 2003
RAPPORT DU JURY
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
(Option scientifique)

Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires. Le sujet était long (un peu moins que par le passé), et la diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont jugé ce sujet sélectif, d'un niveau très abordable (certains l'ont trouvé trop facile tout en constatant que les résultats sont décevants), permettant de bien apprécier les connaissances et les capacités à raisonner des candidats (ce qui est le premier but d'un texte de concours).

• L'exercice 1, portant sur le programme d'algèbre, proposait l'étude d'une suite récurrente définie par la donnée de ses trois premiers termes et la relation de récurrence $u_{n+3} = 4\,u_{n+2} - 5\,u_{n+1} + 2\,u_n$.

• L'exercice 2 avait pour but de déterminer un équivalent du reste d'une série convergente.

• L'exercice 3 étudiait la projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel de l'espace euclidien $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ muni du produit scalaire défini par $< A\,,\,B > = \mathrm{tr}\,({}^tA\,B)$.

• Le problème se fixait pour objectif d'étudier la loi de Pascal de paramètres n et p, puis de donner un estimateur sans biais de p.

Statistiques :

Pour l'ensemble des 3558 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est de 11,08 sur 20.

30 % des candidats ont une note strictement inférieure à 8.
27 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.
22 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Pour les seuls candidats au concours EDHEC, la moyenne est de 11,98 sur 20.

Analyse des copies :

De nombreux candidats ne maîtrisent pas suffisamment le cours (division euclidienne des polynômes, théorème de transfert, confusion entre convergence d'une suite, convergence d'une série et convergence d'une intégrale impropre...).

Voici une liste des quelques fautes les plus fréquentes (chacune d'entre elles a été trouvée sur un nombre significatif de copies) commises cette année :

Exercice 1

• Lors de la division du polynôme X^n par le polynôme P (de degré 3), beaucoup écrivent que le reste R_n a un degré inférieur ou égal à P et concluent pourtant que $R_n \in \mathbb{R}_2[X]$.

• A étant une matrice de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, et I la matrice unité de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, il est très incorrect d'écrire $A^n = 1 + n(A-1) + (2^n - n - 1)(A-1)^2$ à la place de $A^n = I + n(A - I) + (2^n - n - 1)(A - I)^2$.

• (X_n) étant une suite de matrices de $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ vérifiant $X_{n+1} = AX_n$, il est hors de question d'écrire que la suite (X_n) est une suite "géométrique" (les seules suites géométriques mentionnées dans le programme sont les suites réelles ou complexes). La conclusion demandée ($X_n = A^n X_0$) devait se démontrer par récurrence et non par le fait que la suite (X_n) est "géométrique".

Exercice 2.

• $\dfrac{1}{x(\ln x)^2} \leq \dfrac{1}{x^2}$.

• $\dfrac{1}{x(\ln x)^2} \underset{+\infty}{\sim} \dfrac{1}{x^2}$.

• Certains ne savent pas dériver correctement $x \mapsto \dfrac{1}{x(\ln x)^2}$.

• Plus nombreux sont ceux qui ne reconnaissent pas que $x \mapsto \dfrac{1}{x(\ln x)^2}$ est la dérivée de $x \mapsto \dfrac{-1}{\ln x}$, ce qui rendait impossible le calcul d'une intégrale importante.

• Beaucoup confondent la convergence de l'intégrale $\int_n^{+\infty} f(t)\,dt$ avec la convergence de la suite $(\int_n^{+\infty} f(t)\,dt)_{n\in\mathbb{N}}$.

Exercice 3

• Les matrices A et B étant éléments de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, on a beaucoup lu que $\mathrm{tr}({}^tA\,B) = \sum_{i=1}^{3} a_{i,i}b_{i,i}$, ce qui est bien sûr très faux.

• Également au programme des formules toutes faites et toutes fausses : $\mathrm{tr}({}^tA\,A) = \mathrm{tr}(A^2)$.

• Toujours dans la même veine : $\mathrm{tr}({}^tA\,A) = \sum_{i=1}^{3} a_{i,i}^2$, ce qui est faux mais qui n'a pas empêché un trop grand nombre de conclure que $A = 0$ (la nullité des termes diagonaux de A paraissant suffisante pour conclure).

Problème

- $n! \underset{+\infty}{\sim} n^n$.

- $n^{x+1} \underset{n \to +\infty}{=} o(x^n)$.

- $\forall x \in [0, 1[, \ \dfrac{x}{1-x} \leq x$.

- Les correcteurs sont choqués qu'un très grand nombre de candidats ne connaissent pas la formule de Taylor avec reste intégral.

- Rappelons que la seule invocation du théorème de transfert ne suffit pas à garantir que la variable aléatoire $\varphi(X)$ a une espérance lorsque X en a une.

Conclusion :

Les correcteurs ont trouvé beaucoup de bonnes et de très bonnes copies, et encore beaucoup moins de copies indigentes (note inférieure à 2) que par le passé (le sujet, très abordable, n'y est certainement pour rien).

Dans leur grande majorité, les candidats rédigent de mieux en mieux, mais cette année, les correcteurs ont tout de même remarqué de nombreuses copies dans lesquelles les affirmations remplaçaient les démonstrations, la logique était malmenée, les définitions n'étaient pas correctement sues ...

Rappelons, comme l'année dernière, que l'honnêteté, la simplicité la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement et pas simplement l'application d'une recette, malheureusement souvent mal comprise ou encore une paraphrase de l'énoncé lorsque celui-ci donne les résultats.