RAPPORT D'ÉPREUVE

Commentaires généraux

Rappelons quelques faits importants :

- Une lecture préalable et attentive du sujet est nécessaire afin d'en comprendre la problématique et de hiérarchiser les difficultés. Elle permet alors au candidat d'aborder le sujet par les exercices (et/ou les questions) qui lui sont les plus accessibles.
- Une copie soignée est appréciée.
- Une bonne connaissance des notions et résultats fondamentaux du cours est un prérequis indispensable à la résolution correcte de nombreuses questions d'un sujet de mathématiques.
- Une rédaction correcte comportant des justifications convenables ainsi que la vérification, ou au minimum le rappel, des hypothèses nécessaires à l'application d'un théorème utilisé forment une part extrêmement importante de la note attribuée à toute question.
- Vérifier la vraisemblance et la cohérence des résultats obtenus par rapport aux résultats proposés.
- L'aménagement des calculs et des raisonnements afin d'obtenir impérativement les résultats proposés est fortement sanctionné.

Rappelons que les questions informatiques sont assez largement valorisées au sein du barème de l'épreuve et que, plus des deux tiers des candidats y répondent de façon suffisamment satisfaisante.

Avec une moyenne de 11,22 et un écart-type de 4,84, cette épreuve a permis une sélection tout à fait satisfaisante des candidats.

Commentaires particuliers

Exercice 1

Cet exercice proposait ici l'étude la somme d'une série semi-convergente, en utilisant pour cela la constante d'Euler.
Dans la plupart des questions, les résultats étaient donnés, ce qui permettait aux candidats d'avancer dans le sujet même s'ils peinaient pour la résolution d'une question. Le sujet était volontairement progressif, les trois premières questions étant classiques et abordables, les dernières questions plus délicates.

1. (a) Cette question de cours a été bien traitée par moins de la moitié des candidats, ce qui est fort regrettable. Les réponses ont été très variées et parfois assez farfelues.

   (b) Nombreux sont les candidats confondant développement limité et équivalent. Le résultat étant donné dans l'énoncé, plusieurs candidats ont miraculeusement obtenu le bon résultat à partir de leurs développements limités précédents même erronés. De manière générale, les correcteurs n'apprécient guère ce genre de truanderie.

   (c) La convergence de la série de terme général $(w_{n+1} - w_n)$ est en général bien faite, même s'il est dommage que les candidats mentionnent des séries à termes positifs alors qu'ils sont clairement en présence de la série de terme général $-1/2n^2$. Peu nombreux sont ceux ayant pu alors finir la question. La principale erreur était de mentionner que la suite $(w_{n+1} - w_n)$ tendait vers 0 et donc que la suite (w_n) convergeait ... Signalons que les « séries télescopiques » ne sont pas explicitement au programme et ne peuvent donc constituer un résultat du cours, les candidats ayant redémontré la convergence de la suite, même rapidement, ont été valorisés.

CONCOURS ECRICOME PREPA
APRÈS CLASSE PRÉPARATOIRE

2. Cette question, de niveau très facile (elle peut être résolue par un élève de terminale), n'a pas toujours été bien traitée malheureusement. Le tableau de variations est parfois complètement inversé. Beaucoup d'erreurs ont été remarquées pour la limite en 0, qui n'était pourtant pas une forme indéterminée.

3. (a) La définition des suites adjacentes est bien connue des candidats. Cependant, un nombre non négligeable de candidats étudient le signe de $S_{2n+1} - S_{2n}$ pour étudier la monotonie de la suite (S_{2n}).

   (b) Le théorème faisant le lien entre les convergences des suites extraites d'indices pairs/impairs et la convergence de la suite générale n'étant pas explicitement au programme, les correcteurs ont été indulgents pour les candidats connaissant le résultat sans le redémontrer.
   Certains candidats ont essayé néanmoins d'établir la (non)-convergence absolue, mais souvent avec peine.

4. (a) Cette question a été relativement bien traitée par les candidats.

   (b) Peu ont abordé cette question dans son intégralité. Même la décroissance de la suite s'est révélée difficile pour la plupart des candidats.

5. Beaucoup de candidats font un changement d'indice $j = 2k$ dans la première somme, ce qui n'est bien entendu pas la bonne démarche. Les calculs présentés dans cette question sont souvent mal présentés et peu lisibles, donnant l'impression de vouloir noyer le correcteur dans les calculs et d'arriver au résultat miraculeusement.
   Certains procèdent par récurrence et montrent alors correctement les égalités, mais perdent un peu de temps par ce choix de raisonnement. La seconde égalité, qui était pourtant plus facile à obtenir, a été moins abordée.

6. La dernière question pouvait être abordée à l'aide des résultats des questions précédentes, et certains candidats ont pu concluresi très peu ont précisé que les suites (S_n) et (S_{2n}) avaient la même limite.

Exercice 2

Cet exercice mélangeait algèbre linéaire et analyse, et offrait de nombreuses questions abordables pour des élèves moyens. Il est de difficulté croissante et se termine par des questions de synthèse un peu plus délicates.

1. (a) Question globalement bien traitée par les candidats.

   (b) Certains candidats écrivent la matrice de façon incomplète. Ici, les correcteurs attendaient au minimum les trois premières colonnes et la dernière écrites correctement, et la matrice devait apparaître clairement triangulaire, ce qui n'était pas forcément évident sur certaines copies. Trop souvent les signes négatifs étaient oubliés sur la deuxième diagonale non nulle.

   (c) L'oubli de la mention que le vecteur est non nul pour être un vecteur propre est récurrent.

   (d) Les candidats ont été moins nombreux que les années précédentes à donner des raisonnements hasardeux pour la diagonalisabilité. Nombreux sont ceux qui affirment que toute matrice triangulaire est diagonalisable !
   Les candidats affirmant que $\dim(\mathbb{R}_n[X]) = n$ sont forcément sanctionnés dans la notation même si le reste du raisonnement est correct.

2. (a) Même si c'était explicitement demandé par la question, peu de candidats justifient l'existence des dérivées partielles. On attendait l'étude de $(x, y) \mapsto x^2 + y^2$ et $(x, y) \mapsto \ln(y - x)$ séparément, l'une étant polynomiale, l'autre étant une composée à exhiber. Les calculs à proprement parler des dérivées partielles sont parfois assez surprenants. Les notations officielles au programme ne sont pas toujours utilisées, ou mal utilisées.

   (b) Tous les candidats connaissent la définition du point critique, mais la résolution du système s'avère en général très longue et parfois incomplète. Peu d'étudiants expliquent les raisons les amenant à éliminer un cas.

(c) Pour la recherche des valeurs propres, de nombreuses méthodes diverses sont employées, par le déterminant, par le calcul du rang, par l'utilisation de la matrice $J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, par l'obtention d'une valeur propre puis l'autre à l'aide de la trace, ... En grande majorité, la détermination des valeurs propres est correcte quand elle est faite.
Signalons que pour indiquer que deux matrices sont équivalentes, le symbole « $\Leftrightarrow$ » est abusif.
Le lien entre la matrice proposé et la matrice hessienne n'a pas été beaucoup établi, même s'il était simple.

3. (a) Peu de candidats ont réellement calculé les dérivées partielles d'ordre 1 de f, se contentant de recopier le résultat de la question suivante, ces candidats-là n'ont alors pas eu de points sur cette question.
   (b) Question bien traitée par les candidats.
   (c) Cette question a ici également été plutôt bien traitée par les candidats.
   (d) Cette question a été peu traitée dans son ensemble. Quelques rares candidats ont pensé à faire apparaître une dérivée logarithmique avec succès.
   (e) Les raisonnements ont été ici assez confus, indiquant le manque d'aisance des candidats. Le fait qu'il faille montrer une équivalence ne préoccupe que les excellents candidats, les autres faisant mine de l'ignorer.
   (f) La question était plus délicate et peu de candidats ont réussi à la résoudre avec rigueur et précission.
4. La question a été peu abordée par les candidats, sûrement faute de temps, pour pouvoir aborder le problème plus abondamment.

Problème

Le problème proposé cette année modélisait une urne de Polya. On s'intéressait à la convergence en loi de la proportion de tirages d'une couleur précise sur les n premiers tirages, cette proportion convergeant en loi vers une loi Beta explicitée en début de problème.
Le problème était assez long et permettait d'insérer des questions de modélisation informatique. Il était voulu de manière progressive, pour permettre de départager les candidats. Il fut finalement traité partiellement, sûrement en raison de la longueur du sujet, les candidats ayant peut-être perdu un peu de temps sur l'exercice 2. Nous invitons les candidats à davantage prendre le temps de bien lire le sujet en entier en début d'épreuve et de bien repérer les questions abordables.
Les questions informatiques ont été plus traitées que les années précédentes. Les questions se voulaient également progressives, car l'écriture d'un programme complet n'est souvent pas traitée par les candidats, alors que compléter ou interpréter un programme semble plus abordable.

Partie A

1. (a) Question bien traitée par une majorité de candidats. Certains candidats maladroits ont bien déterminé la primitive de $x \mapsto x^a$, mais ont ensuite remplacé a par 1 puis 0, ou ont affecté ces valeurs de 0 et 1 à a et x en même temps ...
   (b) L'intégration par parties est en général bien faite, même si les hypothèses ne sont pas toujours vérifiées.
   (c) Il est regrettable que trop peu de candidats abordent cette question pourtant élémentaire avec le résultat de la question précédente. La récurrence est rarement utilisée, et trop souvent les candidats vérifient l'expression pour $(a, 0)$, éventuellementp our $(a, 1)$ et concluent par « de même ». D'autres partent de la question précédente, la reproduisent au rang suivant, et concluent directement.
   (d) Question bien traitée par une majorité de candidats. Les hypothèses à vérifier sont bien connues par les étudiants.
2. (a) Question bien traitée par une majorité de candidats.

(b) Question bien traitée par une majorité de candidats.

(c) Peu de candidats ont compris qu'il s'agissait de vérifier que F était continue, dérivable presque-partout et que la dérivée de F coïncidait avec $f_{a,b}$. En général, les candidats ont tenté d'intégrer la fonction $f_{a,b}$ sans aboutir dans leur calcul.

Partie B

3. Question bien traitée par une majorité de candidats.

4. (a) De nombreux candidats ont abordé cette question avec succès.

   (b) Certains candidats n'avaient pas vu que a et b ne varient pas dans l'exercice et ont donc complété le programme de manière erronée.

   (c) Étrangement, beaucoup de candidats n'ont pas du tout traité cette question, alors même qu'ils avaient abordé avec succès les questions précédentes. Le fait d'écrire un programme en entier semble décourager les candidats.

5. La plupart des candidats abordant la question ont reconnu une loi uniforme, mais certains ont été gênés par les abscisses proposées par les diagrammes représentés dans l'énoncé, proposant alors une loi uniforme sur $[\![1, n+1]\!]$ plutôt que $[\![0, n]\!]$, alors même qu'ils avaient répondu correctement à la question 3.
   Les questions (b), (c), (d) sont peu traitées, et beaucoup oublient que l'hypothèse $a = b = 1$ a été faite dans cette question, obtenant alors des résultats compliqués.

6. Sur les candidats se risquant à aborder cette question, beaucoup se trompent dans les indices dans la question (a), ou alors utilisent des arguments erronés comme l'indépendance des événements.

Partie C

7. Question bien traitée par une majorité de candidats.

8. Seule la question (c) a souvent été abordée, mais souvent sans justification. Les questions suivantes n'ont pas ou peu été abordées, par manque de temps des candidats. Soulignons que certaines excellentes copies ont réussi à traiter le problème dans son intégralité.