Rapport sur les épreuves de mathématiques des concours 2003 des classes préparatoires économiques et commerciales

APHEC

mai 2003

Introduction

L'APHEC tiens cette année à remercier vivement les concepteurs, équipes de concepteurs ou écoles qui ont accepté, sur demande ou de leur propre initiative parfois, de fournir à la communauté les fichiers sources des sujets de mathématiques.

Quand cela a été le cas, les sujets ont pu être ainsi disponibles sur Internet dans la journée même où le sujet était proposé aux candidats, les fichiers disponibles étant en tout point conformes aux sujets papiers.

C'est un signe de volonté de transparence et de collaboration de la part des écoles que l'ensemble des collègues apprécie.

L'APHEC remercie tout particulièrement pour cela cette année :

- L'équipe des concepteurs de l'épreuve HEC-ESCP-EML math 2 option E, T et BL
- L'équipe des concepteurs de l'épreuve ESCP math 3 option E
- L'équipe des concepteurs de l'épreuve ESSEC math 2 option S, E, T et BL (avec des corrigés !)
- L'équipe des concepteurs de l'épreuve EDHEC option S et E (sujet reçu via les correcteurs)
- L'ESC St Etienne pour l'épreuve ESC option S, E et T

Comme chaque année, pour faire un bilan des épreuves écrites et pour guider les futurs concepteurs d'épreuves, l'APHEC a examiné les sujets de concours (Banque CCIP et ECRICOME) pour aboutir aux conclusions qui vont suivre.

Ce document est public, et disponible sur le site de l'APHEC à l'adresse :

`http://www.int-evry.fr/aphec/enseignements/math/concours/2003-rapport-math.pdf`

Table des matières

1 Option Economique

Est-ce un effet de mode cette année ? le sup et l'inf de variables à densité est apparu dans les trois épreuves les plus fréquentées.

1.1 HEC 2003 option E math 3

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
H.E.C. (4)

L'épreuve est d'un bon niveau, bien construite, on peut cependant regretter la coquille de la question B)1)c) du problème. Mettant davantage l'accent sur le raisonnement que sur le calcul, laissant de l'initiative tout en donnant des indications elle permet certainement de bien tester la solidité des connaissances et les capacités de réflexion des candidats. Il est regrettable cependant que les différents buts recherchés ne soient pas davantage explicités.

Exercice : Il commence par de l'algèbre linéaire très classique : inverse, diagonalisation et puissances d'une matrice et finit par des probabilités discrètes : étude de la somme et de la différence de deux variables aléatoires indépendantes de même loi géométrique.

À la question 1.d. de l'exercice, l'expression "*déterminer une...*" est ambigüe. S'il s'agit de démontrer l'existence et l'unicité de Q, il vaudrait mieux dire "*Déterminer la...*". S'il ne s'agit que de prouver l'existence d'une telle matrice et de l'exhiber, il vaudrait mieux dire "*exhiber une...*", "*trouver une...*" ou encore "*donner une...*"

Problème : Le problème propose, via l'étude de la fonction f définie par $f(x) = -\frac{\ln(1-x)}{x}$, un tour complet du programme d'analyse des deux années.

- Dans **la première partie**, on montre que f est l'unique fonction prolongeable par continuité en 0 qui soit solution sur $]-\infty, 0[\cup]0, 1[$, de l'équation différentielle $x(1-x)f'(x) + (1-x)f(x) = 1$. Puis on étudie complètement son prolongement par continuité en 0 et on le développe en série entière.
- Les **deux dernières parties**, indépendantes entre elles, constituent deux prolongements de cette étude. Dans l'une on démontre la convergence de l'intégrale $\int_0^1 f(t)dt$, on la calcule et on étudie une variable à densité.
  Dans l'autre, on encadre une fonction de deux variables faisant intervenir f.

1.2 CCIP 2003 option E math 2

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
H.E.C. (4) ESCP-EAP (3) E.M. LYON (2)

Un sujet intéressant, bien adapté au niveau des meilleurs candidats mais dont l'inconvénient majeur est de ne faire appel qu'au programme de première année.

L'énoncé modélise le problème du surbooking sur un vol donné à l'aide de trois suites de variables aléatoires discrètes indexées par le nombre d'acheteurs d'un billet sur ce vol : l'une d'elles compte le nombre d'acheteurs se présentant à l'embarquement, la seconde compte le nombre d'acheteurs rejetés à l'embarquement ; la troisième est le chiffre d'affaire associé.

Le but est d'étudier la probabilité qu'il y ait des passagers rejetés et de déterminer un nombre d'acheteurs optimisant le chiffre d'affaire. Ce problème est traité complètement dans deux cas particuliers.

Les outils mathématiques utilisés sont essentiellement les probabilités discrètes, les études de fonctions et les inégalités. Le théorème de la limite centrée et l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev font l'objet de deux questions. On peut donc regretter l'absence presque totale d'appel aux notions introduites en seconde année. L'énoncé est complété par une partie informatique comprenant une lecture et une écriture de programmes avec procédures.

Quelques remarques concernant la partie II :

- La question 1.b. aurait pu faire l'objet d'une indication concernant l'introduction du 1.
- Question 1.d., le prolongement des inégalités aux approximations pose un petit problème de rigueur qui a aussi été souligné à propos de l'énoncé de Ecricome.
- Un petit problème de notation question 3. : la fonction de répartition de la loi de Poisson est d'abord désignée par une lettre sans indice puis par une lettre avec indice.

Le problème n'est pas fondamentalement difficile (en particulier les deux premières parties) mais il suppose souvent un type de réflexion auquel les élèves ne sont pas nécessairement habitués ; il y a en particulier beaucoup de travail sur des inégalités faisant intervenir plusieurs paramètres. L'énoncé est donc vraisemblablement un peu trop long. La partie informatique est tout à fait adaptée.

1.3 ESCP 2003 option E math 3

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
ESCP-EAP (4)

Cette épreuve, d'un bon niveau, permet sûrement une sélection efficace. Peu de questions sont accessibles aux candidats médiocres, d'autant que ceux-là auront été découragés par l'exercice, plus exigeant que le début du problème. En revanche les bons candidats trouvent l'occasion de montrer leurs capacités dans des domaines assez variés. Les différentes parties sont indépendantes, ne présentent pas de "question qui bloque" et sont de difficultés comparables avec un crescendo sur la fin. Le sujet est suffisamment long et consistant pour que seuls les candidats expérimentés aient le temps d'atteindre les dernières questions qui demandent une excellente maîtrise technique.

Le sujet, constitué d'un exercice et d'un problème, est entièrement tourné vers les probabilités mais utilise largement l'analyse (suites, intégration, séries) et l'algèbre (endomorphisme, valeurs propres, calcul matriciel, changement de base).

Exercice : Il étudie la probabilité d'obtention d'une boule blanche et le nombre de boules blanches obtenues lors de tirages dans une urne à contenu évolutif. Il est très clairement structuré ; il demande une bonne technicité calculatoire et une réflexion, certes bien guidée mais assez fine vu le nombre de cas à envisager.

Problème : Le problème étudie sous divers aspects indépendants l'endomorphisme D de l'espace vectoriel des fonctions continues défini par $D(f)(x) = f(x+1) - f(x)$. Une première partie conduit, par des questions bien amenées, à montrer que l'image par D d'une fonction de répartition est une densité et l'illustre par un exemple simple.

La deuxième partie est l'étude des valeurs propres de D, alors que le programme stipule explicitement qu'en ce qui concerne les applications linéaires *"les espaces vectoriels considérés sont de dimension finie"*. C'est pourquoi sans doute la définition de valeur propre est donnée dans le cas considéré. Cette partie ne présente guère d'autre difficulté que d'être à la frontière du programme et donc déroutante.

Dans la 3ème partie on revient en dimension finie en se restreignant aux polynômes. On utilise un changement de base pour obtenir une transformation algébrique permettant le calcul du moment d'ordre p d'une loi de Poisson, d'abord dans un cas particulier bien guidé, puis dans le cas général, après un intermède qui étudie la restriction de D et donne une unité au problème.

1.4 ESSEC 2003 option E math 3

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.S.S.E.C (4)

Sujet de bonne facture qui a dû permettre de trier les candidats. Les exercices sont de difficulté graduelle et les candidats ont certainement pû exprimer leurs compétences.

L'épreuve se compose de deux exercices couvrant une large partie du programme.

Exercice 1 sur les suites récurrentes linéaires d'ordre 3 et l'algèbre linéaire ne présente pas de difficulté majeure et devrait permettre à un élève sérieux de gagner des points s'il n'est pas découragé par les calculs qui à la fin peuvent apparaître comme fastidieux. L'énoncé aurait gagné à être moins exhaustif.

Exercice 2 qui étudie des suites de variables aléatoires avec simulation informatique sur un exemple numérique est plus complexe et plus intéressant.

Les parties II, III et IV nécessitent une bonne assimilation des outils de l'analyse. L'interprétation demandée à la fin de la partie III qui permet de retrouver rapidement les résultats de cette partie aurait pu remplacer les calculs.

Bravo pour la présence d'une partie simulation, mais il me semble que cet exercice est aussi trop long. C'est un problème à lui tout seul !!

1.5 ESSEC 2003 option E math 2

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.S.S.E.C (4)

Etude de l'entropie des variables aléatoires discrètes, puis à densité.

Problème original sans être déroutant. Les deux premières parties devraient permettre à tout candidat de montrer son savoir faire. Les deux autres parties, beaucoup plus techniques (un peu trop ?) devraient valoriser les meilleurs étudiants. A signaler : une utilisation non standard de la fonction random et une petite erreur de syntaxe dans la simulation informatique, dont la présence est par ailleurs un des éléments très positifs de ce problème.

1.6 EML 2003 option E math 1

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.M. LYON (4) E.S.C. RENNES (3) E.S.C. CLERMONT (4) E.S.C. DIJON (3) E.S.C. LILLE (5) CERAM NICE (5) E.S.C. PAU (4) I.E.C.S. STRASBOURG (3) ESM DE ST.CYR (9) ESM DE ST.CYR (SEUL) (9)

Ce "cru" 2003 paraît mieux réussi sur la forme que sur le fond et mathématiquement moins ambitieux que celui de 2002. L'épreuve sans piège est manifestement conçue pour mettre en confiance tous les candidats qui ont travaillé régulièrement. Il s'agit ici de contrôler la maîtrise des connaissances et savoir-faire fondamentaux du programmme. Mais ce type d'épreuve ne permet pas de valoriser les candidats qui ont une réflexion plus fine sur les concepts mis en jeu dans le programme.

Le sujet comporte trois exercices (algèbre, analyse, probabilités) couvrant une partie large du programme de 2ème année, laissant cependant de côté les chapitres sur les probabilités discrètes.

Exercice 1 porte sur le calcul matriciel et l'algèbre linéaire avec au passage l'étude d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 dont le calcul doit être programmé dans le langage Pascal.

Les questions posées sont classiques, la progression dans la difficulté est bien dosée, la derni 'ere question demandant un peu d'expérience.

Exercice 2 : concerne l'analyse : suites, fonctions d'une et deux variables réelles. La première partie sur la recherche d'extremum d'une fonction de deux variables, est une application directe du cours.

Les calculs sont faciles. La deuxième partie, assez artificiellement reliée au préambule de l'exercice, consiste en l'étude d'une suite reliée à une fonction dépendant d'un paramètre entier. Hormis l'initiative attendue du candidat dans la dernière question, tout se déroule avec facilité.

Exercice 3 concerne les variables aléatoires à densité.

Là encore, le sujet teste la connaissance du cours sur des applications sans difficultés calculatoires. La question 5 reprend presque mot à mot la précédente et semble donc superflue vu le but visé.

1.7 ECRICOME 2003 option E

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
ESC BORDEAUX (5) ESC MARSEILLE (4) ICN NANCY (4) ESC REIMS (5) ESC ROUEN (5) ESC TOULOUSE (5)

Les 3 exercices balayent l'ensemble du programme (1ère et 2 ème année) Pas de défauts majeurs à signaler sauf qu'ils sont détaillés à l'excès et très longs. l'exercice 3 laisse l'impression d'un zapping un peu décousu Ne permet pas aux meilleurs de se distinguer.

Exercice 1 Espaces vectoriels, trigonalisation, puissances et commutant

Exercice 2 Etude de fonctions ch, sh,... suite récurrente (Inégalité des accroissements finis)

Exercice 3 Défauts de fabrication : probabilités discrètes et densité.

1.8 EDHEC 2003 option E

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.S.C. AMIENS (2) E.S.C. GRENOBLE (7) E.S.C. MONTPELLIER (3) AUDENCIA NANTES (8) E.S.C.E.M. (6) I.E.C.S. STRASBOURG (2) E.S.L.S.C.A. (5) I.S.C. (3) I.N.S.E.E.C. (3) I.N.T. MANAGEMENT (6) E.N.A.S.S. OPT. MATH (3) E.D.H.E.C. (8)

Même si le sujet peut paraître bien trop long, on peut le dire satisfaisant. Il couvre très largement le programme des deux années, y compris l'informatique. Les exercices, bien construits, de difficulté raisonnable et progressive, commencent par des questions très proches du cours puis cherchent à valoriser la réflexion et l'autonomie des candidats, sans toutefois leur laisser beaucoup d'initiative.

L'épreuve de l'EDHEC est constituée comme l'an passé de trois exercices et un problème.

Exercice 1 Calcul d'une intégrale impropre et utilisation pour la recherche d'un équivalent du reste d'une série convergente.

Cet exercice a un côté mathématique plus marqué que le reste.

Exercice 2 Probabilités continues

Innovant quant à la loi utilisée mais on retrouve, à nouveau cette année, Sup et Inf de deux variables de même loi ; les concepteurs se seraient-ils donné le mot ?

Exercice 3 analyse de 1ère année avec une touche de développement limité

Etude complète d'une fonction f prolongée par continuité puis d'une suite vérifiant $u_{n+1} = f(u_n)$, complétée par une programmation en Pascal.

Problème Chaîne de Markov, diagonalisation et puissance n-ième de la matrice associée.

Très classique. La nouveauté de la première partie tient au fait que chaque étape dépend des deux étapes précédentes. Alors que le travail avec des matrices carrées d'ordre 4 n'est pas aisé pour nos élèves, il comporte beaucoup de calculs, dont les résultats sont pratiquement donnés dans la suite de l'énoncé, que les candidats astucieux auront admis sans vraie démonstration.

1.9 ESC 2003 option E

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.S.C. BREST (5) E.S.C. LE HAVRE (4) E.S.C. SAINT-ETIENNE (5) E.S.C. CHAMBERY (5) E.S.C. TROYES (5) E.S.C. LA ROCHELLE (5) I.S.C.I.D. (2)

Enoncé trop ambitieux dans sa globalité pour un sujet ESC : les deux premiers exercices restent cohérents avec les objectifs de l'épreuve tout en présentant une certaine originalité, mais l'exercice 3 est trop déroutant pour un étudiant seulement moyen. La gestion des trois en même temps a dû être lourde pour des candidats ayant besoin du sujet ESC.

Exercice 1 Etude de fonction rationnelle sur un segment , fonction dépendant d'un paramètre Théorème de la bijection. Calcul intégral : changement de variable Variable aléatoire continue , calcul de l'espérance, du moment d'ordre 2 et de la variance , loi d'une fonction de la variable aléatoire continue

Enoncé clair et qui guide bien le candidat , abordable dans la plupart des questions Calcul littéral assez long au moment du calcul de l'espérance, du moment d'ordre 2 et de la variance

Exercice 2 Endomorphisme de représenté par sa matrice dépendant d'un paramètre n, Reconnaissance de vecteurs propres et valeurs propres, matrice de passage d'une base à une autre et théorème de changement de base Récurrence dans le cadre du calcul matriciel Inversibilité d'un produit de matrices

Enoncé clair et qui guide bien le candidat, Mais : Encore du calcul littéral assez lourd ! !

Exercice 3 Probabilité conditionnelle, formule des probabilités totales (inversée) et formule de Bayes, énoncé avec paramètres Développement limité d'ordre 1 Interprétation d'un programme simulant des variables aléatoires discrètes et continues (fonction random, loi uniforme sur) Etude de fonction définie à l'aide de racines carrées, recherche d'un maximum

Partie 1 assez déconcertante et trop technique, même si les réponses fournies dans l'énoncé permettent de guider la réflexion

Partie 2 construite à partir d'un programme informatique (ce qui est une première pour un sujet ESC) Le programme est tout à fait facile à interpréter et les réponses peuvent aussi permettre de poursuivre, au moins pour traiter les questions (d) et (e).

Mais :
- Ensemble sans doute inabordable, car trop rebutant, pour un étudiant seulement moyen
- Encore du calcul littéral avec une application numérique particulièrement fastidieuse

2 Option Scientifique

2.1 HEC 2003 option S math 1

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
H.E.C. (6)

C'est à l'évidence un problème avec lequel les concepteurs se sont faits plaisir et dont l'école espère peut-être tirer une certaine renommée. Est-ce bien le rôle d'une épreuve de concours ? Cette épreuve a-t-elle été un moyen efficace pour départager les candidats de manière robuste ?

Ce problème a pour objet l'étude d'un "nuage de points ", c'est-à-dire une famille de n points de l'espace euclidien : $E_p = \mathbb{R}^p = \mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})$. Il utilise systématiquement toutes les ressources de l'algèbre bilinéaire du programme. Ce sujet, qui traite une question importante de mathématiques appliquées, en l'occurrence l'analyse factorielle, au moyen des théorèmes du programme de mathématiques de la prépa ECS, est peut être mathématiquement très intéressant mais semble trop confus et trop théorique pour un élève de prépa ECS, avec certes quelques questions abordables mais noyées dans une masse de notations et de démonstrations plus ou moins obscures.

Analyse détaillée :

Partie I Étude d'un exemple. Deux questions concernant des matrices réelles 2×3 et 2×2.

Une question intermédiaire permettant le calcul du projeté orthogonal sur une droite vectorielle d'un espace euclidien, aurait été bienvenue.

Partie II Les axes principaux d'inertie d'un nuage

C'est la partie la plus longue, assez mal découpée en questions, sous-questions et sous-sous-questions.

Questions 2 et 4 assez laborieuses, avec des notations compliquées, mais mathématiquement nécessaires pour traiter une partie aussi abstraite et mal adaptée au public concerné.

Une erreur à signaler à la question 4 : un e_{r-2} écrit à la place d'un ε_{r-2}.

La question 4 définit une suite de sous-espaces G_i et de vecteurs ε_i en prenant à chaque fois le maximum de $I(v)$ sur les vecteurs de norme 1 du sous-espace G_i , sans s'assurer qu'un tel maximum existe, alors que dans le préambule, l'énoncé a défini la notation de ce maximum en précisant "*lorsqu'il existe*".

La question 4 comporte également des sous-questions d'Analyse, ce qui est très bien venu dans un problème qui tourne presqu'uniquement sur l'Algèbre bilinéaire.

Heureusement, les résultats de cette partie qui sont utiles pour la suite du problème sont donnés, et la question 4 n'a aucune incidence sur la suite du problème. Un candidat pouvait donc sauter les questions difficiles 2 et 4 et traiter les parties suivantes.

La question 5 est facile et présente l'avantage de montrer une application de ce problème.

Partie III Une décomposition de la matrice X

Peut-être aurait-il été utile de faire préciser que la projection utilisée est un endomorphisme symétrique.

Partie IV Une norme euclidienne de matrices carrées

Étrange titre, puisque cette partie définit une structure euclidienne sur l'espace $\mathcal{M}_{p,n}(\mathbb{R})$ des matrices réelles de taille quelconque, et pas seulement carrées. L'énoncé aurait pu faire remarquer qu'il s'agit en fait de la structure euclidienne canonique, celle pour qui la base canonique est orthonormale, qui généralise donc celle qui a été définie sur $E_p = \mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})$, et qui ne nécessitait pas cette notation à trois barres. On pouvait user de la même notation : $|| \dots ||$, dans $\mathcal{M}_{p,n}(\mathbb{R})$ comme dans $E_p = \mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})$.

Partie V La meilleure approximation du nuage

Rien de spécial à signaler, usage répété des techniques euclidiennes avec un peu d'Algèbre linéaire générale, et un rappel opportun qui peut faciliter le travail des candidats, non seulement en tant que rappel de résultat, mais pour orienter leur recherche.

Partie VI Cette partie traite une application à une analyse statistique concrète, sans difficulté particulière, mais bien venu pour illustrer l'utilité des mathématiques.

2.2 CCIP 2003 option S math 2

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
H.E.C. (5) ESCP-EAP (4) E.M. LYON (3)

Sujet d'une longueur convenable, n'utilisant que des techniques de base.. Mais plusieurs questions paraissent bien fines pour les candidats et la partie III-B paraît vraiment trop difficile.

L'objet du problème est l'obtention de diverses caractérisations de la loi exponentielle.
Cette épreuve est dans le même esprit que celles des deux années précédentes.
Le problème est constitué de trois parties largement indépendantes

Partie I Démonstration d'un résultat d'analyse en utilisant la loi binomiale

En utilisant l'inégalité de Bien-Aymé Tchebychev et des majorations d'intégrale, on prouve le résultat suivant : Si φ est une fonction continue sur $[0, 1]$ et si pour tout entier naturel n, $\int_0^1 \varphi(v)v^n \mathrm{d}v = 0$, alors φ est la fonction nulle.

Il faut cependant savoir manier les "ε" pour réussir cette partie.

Partie II Caractérisation de la loi exponentielle à l'aide du minimum d'un échantillon

Cette partie est la plus abordable pour les candidats, les deux premières questions étant un exerice très classique. La quatrième question utilise des changements de variables dans les intégrales et l'on utilise la fonction réciproque de F. La question 4c mériterait d'être plus détaillée.

Partie III Caractérisation de la loi exponentielle à partir des deux premiers records.

Cette partie semble bien difficile car la moitié des questions demande des initiatives et du soin. La question 3 nécessite de résoudre des équations aux dérivées partielles, ce qui a pu dérouter certains élèves.

A signaler une erreur dans la question III - B - 1 - a, dans la somme proposée, il fallait mettre à part le terme en $j = 1$, car le terme proposé n'a pas de sens pour $j = 1$.

2.3 ESCP 2003 option S math 1

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
ESCP-EAP (6)

Sujet difficilement accessible à la plus grande partie des candidats car ils ne sont pas toujours bien guidés (question I.4.b par exemple) et surtout, de graves imprécisions rendent brumeuses de nombreuses questions de la partie 3. Bref, de jolies idées, mais de nombreux défauts qui font de cette épreuve un problème mal adapté au public concerné.

Très beau sujet de problème (ce qui ne veut pas dire très beau problème), mais qui a l'inconvénient de ne porter que sur le programme de première année (sauf la récursivité en informatique) , avec un préliminaire d'algèbre (questions 1 à 4 de la partie 1), une longue étude de certaines suites vérifiant une relation de récurrence ou l'inégalité associée (fin de la partie 1 et partie 2) dont le résultat final n'est utilisé que dans la dernière question du problème. La partie 3 propose la comparaison asymptotique des complexités de deux algorithmes.

Deux défauts de détail (probablement sans conséquence pour les candidats) :

– Dans le préambule, on introduit une notation pour "*l'espace vectoriel des suites réelles (resp. complexes)*". Pour que ce soit un espace vectoriel (qui sera utilisé à la fin de la partie 1), il faudrait préciser : espace des suites réelles indexées par $\mathbb{N}^*$ (sinon, comment faire une addition entre, par exemple, une suite définie sur $\mathbb{N}$ et une autre définie sur $\mathbb{N}^*$?)
– question II.2.c :il s'agit d'un élément $(\alpha_1, \ldots, \alpha_p)$ de $\mathbb{C}^p$ et non un élément $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ de $\mathbb{C}^n$.

Deux défauts de pilotage des candidats :

– question I.4.b il faut penser à utiliser l'inversibilité de la matrice de θ, or il n'est pas fait mention de cette matrice. J'aimerais savoir combien de candidats auront réussi cette question ; Il aurait suffit, par exemple, d'ajouter à I.4.a : écrire la matrice de θ dans les bases canoniques...
– question II.3.b Une récurrence d'ordre p (que l'on peut remplacer par une récurrence forte, aurait pu être suggérée.

Surtout, un flou plus ou moins artistique dans la partie III, dans laquelle les notations sont déjà bien lourdes avec un $\omega(A, M)$ là où un $\omega(A)$ aurait suffi avec une matrice M fixée.

** question III.3.b : La complexité de l'algorithme étant définie comme le nombre de lecture **dans le pire des cas selon les valeurs de** M, on s'attendrait plutôt à une question concernant la valeur de la complexité qu'à un encadrement de cette valeur. En fait, le minimum proposé correspond au "meilleur cas dans la pire des situations", c'est à dire la situation où $\omega(T, M) = 1$, mais le cas où, dans chaque partie de T de cardinal ≥ 2, on trouve au premier essai une paire d'éléments voisins. Ce minimum sans aucun intérêt pour la suite donne l'impression d'une manoeuvre de diversion pour embrouiller les candidats qui ne ne l'étaient pas encore.

** question III.5.a : Les candidats n'ont pas à connaître le type `matrice` (tout algorithme concernant l'algèbre linéaire est hors programme) et l'énoncé ne définissait pas ce type (ce nest pas grave) et ne donnait pas son mode d'emploi, ce qui posait problème aux candidats qui n'avaient pas deviné qu'une matrice en Pascal est un tableau de réels à deux indices.

** question III.5.b : Question mal posée puisque le nombre maximum de lectures demandé dépend évidement de la matrice A ; une formulation plus claire aurait été : valuer le nombre maximum de " lectures " de coefficients de la matrice M que nécessite, dans le pire des cas, cette fonction quand elle est appliquée une partie de cardinal k.

2.4 ESSEC 2003 option S math 1

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.S.S.E.C (6)

On peut regretter que cette épreuve de mathématiques I ne porte que sur le programme de première année de l'option scientifique. D'autre part, cette épreuve comporte plusieurs questions qui, sans indications supplémentaires, ne sont pas adaptées aux candidats de classes préparatoires éconmiques ; c'est donc une épreuve qui semble bien difficile pour le public concerné.

L'épreuve est un problème en quatre parties, dont le but est d'étudier l'endomorphisme ϕ défini sur $C^0(\mathbb{R})$

Partie I : Généralités

Les premières questions démontrent des résultats généraux d'analyse et d'algèbre et sont assez détaillées. Cela rend d'autant plus surprenantes les deux dernières questions, qui semblent inabordables pour un candidat de classe préparatoire économique, sans indication..

Partie II : recherche d'une fonction non constante, propre pour la valeur propre 1

On peut regretter une faute de frappe dans l'énoncé, $\int_0^1 f(t)dt$ à la place de $\int_0^1 f_0(t)dt$, ce résultat étant par ailleurs utile dans les questions suivantes.

La fin de cette partie qui fait construire une fonction solution par morceaux est assez fastidieuse.

Partie III : Limite en $+\infty$ d'une fonction propre pour 1

Partie IV : Recherche des fonctions bornées propres pour la valeur propre 1

Signalons de nouveau la trop grande difficulté des deux dernières questions, sans indication supplémentaire.

2.5 ESSEC 2003 option S math 2

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.S.S.E.C (5)

En conclusion, un sujet intéressant, abordable et clair pour ESSEC II S. . . on l'attendait depuis quelques temps.

Etude de l'entropie ou incertitude d'un système d'information.

Remarques générales : La présentation est agréable, agrémentée de cadres qui permettent de bien visualiser le sujet. Le sujet est intéressant et relativement inédit.

Dans le détail : Le problème sur deux programmes en Turbo-pascal. La notion de chaîne de caractères "string", n'est pas au programme d'informatique. Elle a été définie dans le sujet, mais est-ce suffisamment clair pour les candidats ?

Le sujet porte sur une grande partie du programme de probabilité, mais ne comporte que très peu de raisonnement vraiment probabiliste. L'utilisation des fonctions de plusieurs variables est intéressante.

Le problème est abordable et la plupart des élèves peuvent en traiter une grande partie . . . à condition qu'ils ne soient pas effrayés par la numération binaire. Certes, c'était au programme de première année[1], mais si les professeurs n'y ont pas fait référence dans les TD d'informatique, les candidats auront sans doute été déstabilisés.

Du point de vue strictement mathématique : la fonction h est définie dans l'encadré de la partie IV sur l'intervalle $[0, 1]$. Dans la partie VI, on travaille sur $h(f(x))$, où f est une densité continue sur $\mathbb{R}$ et qui n'est pas forcément à valeurs dans $[0, 1]$. Comment les candidats auront-ils réagi ?

Dans la partie V, on effectue la recherche des extremums de la fonction h_n. Pourquoi ne pas conclure à l'existence d'un maximum global ?

2.6 EML 2003 option S math 1

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.M. LYON (6) E.S.C. AMIENS (5) E.S.C. RENNES (5) E.S.C. CLERMONT (5) E.S.C. DIJON (5) E.S.C. LILLE (5) E.S.C. MONTPELLIER (3) CERAM NICE (7) E.S.C. PAU (4) I.E.C.S. STRASBOURG (3)

Sujet assez court, couvrant bien le cours de deuxième année en analyse et algèbre bilinéaire.

Problème 1 : Etude d'une série de terme général une intégrale impropre.

Sujet classique, assez facile : les questions sont bien graduées, les intermédiaires nombreux .

Problème 2 : Inverse généralisé d'un endomorphisme symétrique non nul et non inversible

sujet plus intéressant, proposant un but avec un exemple à traiter pour mettre en oeuvre l'étude théorique.. Plusieurs questions de cours à redémontrer.

2.7 ECRICOME 2003 option S

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
ESC BORDEAUX (6) ESC MARSEILLE (5) ICN NANCY (5) ESC REIMS (5) ESC ROUEN (7) ESC TOULOUSE (5)

On peut souligner l'effort réel des concepteurs de l'épreuve ECRICOME 2003, pour créer une épreuve bien équilibrée, d'une longueur raisonnable, et permettant aux candidats ayant une bonne maitrise de leur cours de mettre en valeur leurs connaissances. On peut également apprécier la place faite à l'estimation, bien dans l'esprit du programme des classes préparatoires commerciales.

L'épreuve comprend deux exercices et un problème :

Exercice 1 Etude du comportement asymptotique de la suite u définie par la relation $u_{n+1} = u_n + {u_n}^2$ et la condition initiale $u_0 = a$, $a \in \mathbb{R}^{+*}$.

Exercice très classique et très abordable, portant sur le programme de première année.

[1] cela va être supprimé dans le programme applicable à partir de septembre 2003

Exercice 2 Etude du produit scalaire défini sur $M_n(\mathbb{R})$ par $\phi(A,B) = Tr({}^tAB)$ et projection orthogonale sur l'ensemble des matrices symétriques.

Exercice également très classique mais permettant de bien évaluer les connaissances en algèbre linéaire et bilinéaire des candidats.

Problème Estimation ponctuelle et par intervalle de confiance de l'écart type σ d'une loi normale $\mathcal{N}(m,\sigma)$ dans les cas m connu et m inconnu. Pour cela , on étudie la loi du $Chi - deux$ et la forme quadratique associée à une matrice symétrique réelle.

Problème tout à fait dans l'esprit du programme de deuxième année de l'option scientifique. Le texte détaillé permet, là encore, de déterminer la bonne connaissance du cours des candidats.

(remarque : il ne semble pas indispensable de rappeler la définition d'estimateur sans biais convergent, surtout avec la formulation proposée)

2.8 EDHEC 2003 option S

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.S.C. GRENOBLE (8) AUDENCIA NANTES (8) E.S.C.E.M. (6) I.E.C.S. STRASBOURG (2) E.S.L.S.C.A. (6) I.S.C. (4) I.N.S.E.E.C. (4) I.N.T. MANAGEMENT (7) E.N.A.S.S. OPT. MATH (3) E.D.H.E.C. (8)

Un sujet tout à fait honnête, pensé et assez bien construit, dont on peut seulement regretter le grand classicisme et l'absence de réelle difficulté pour trier les meilleurs candidats.

Remarques générales

Commençons par les compliments. Sujet varié, entièrement dans les limites du programme, proche du cours, et utilisant des connaissances de première et de seconde année. Il est certainement adapté au niveau de beaucoup de nos élèves, et de longueur raisonnable. Pas de fautes d'énoncé, et les questions sont claires.

Les choses moins agréables à dire et à entendre, maintenant. Le sujet est très classique, facile, peut être trop. Il n'y a pas de question demandant une réflexion plus approfondie, pas de véritable progression dans la difficulté. Certaines questions sont même parfois surprenantes de simplicité, notamment en fin d'exercice ou de problème.

Remarques particulières

Le sujet était comme toujours composé de trois exercices (un de trop ?) et d'un problème, mutuellement indépendants.

Exercice 1 : classique, a pour but de résoudre une récurrence linéaire d'ordre 3 . On exhibe le polynôme caractéristique, puis on fait effectuer la division euclidienne de X^n par celuici pour obtenir u_n. Les calculs ne sont pas compliqués, les coefficients ont été judicieusement choisis. C'est très proche du cours, et très détaillé. Signalons juste un quantificateur curieusement placé dans la question 2) a. .

A la question 2) b. , il est dommage de ne pas demander l'unicité. Enfin, la seule " difficulté " de l'exercice est située assez tôt à la question 2) c. , et ne bénéficie d'aucune indication. Cela dit, le candidat pouvait poursuivre puisque les résultats sont donnés. La suite est sans histoire.

Exercice 2 classique, a pour thème la comparaison sérieintégrale, et la recherche d'un équivalent du reste d'une série convergente. Après une étude théorique sans difficulté, un exemple est proposé. La dernière question est décevante. Pour le reste, rien à dire. C'est propre et honnête.

Exercice 3 : classique, sans aucun intérêt et peut être l'exercice en trop. Après avoir fait travailler le candidat avec le produit scalaire canonique (Frobenius Schur) sur $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, il a pour but de donner une base de l'orthogonal d'un sousespace vectoriel de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ engendré par trois matrices. Ni le résultat ni les calculs n'ont d'intérêt.

Problème : classique, consiste en une étude de la loi de Pascal. Une première partie fait obtenir de manière intéressante le développement en série entière de $\dfrac{1}{(1-x)^{r+1}}$ sur $]0;1[$. C'est la seule partie un peu originale du sujet.

Dans une seconde partie, on fait établir au candidat les résultats usuels sur la loi de Pascal, sans aller jusqu'au calcul de la variance. Les deux dernières questions sont sans intérêt, prétextes à parler un peu d'estimation. Le reste est assez calculatoire mais bien construit, sans difficulté réelle. On peut simplement regretter que le problème n'aille pas plus loin : le calcul de la variance de la variable aléatoire. Et surtout la consistance de la suite auraient permis de faire de ce problème un beau problème, alors que l'on reste ici sur sa faim. C'est dommage, d'autant qu'une fois de plus, il n'y a pas de progression dans la difficulté.

2.9 ESC 2003 option S

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.S.C. BREST (7) E.S.C. LE HAVRE (7) E.S.C. SAINT-ETIENNE (5) E.S.C. CHAMBERY (5) E.S.C. TROYES (5) E.S.C. LA ROCHELLE (5) I.S.C.I.D. (2)

> Ce sujet est écrit sur un rythme beaucoup trop intense pour les candidats concernés par cette épreuve. Il a souvent manqué des indication, il manquait peut être une interprétation matricielle du sujet étudié dans l'exercice d'algèbre. En somme, un candidat moyen se retrouvait vite dérouté par les exercices proposés

L'énoncé comporte trois exercices couvrant une bonne partie du programme.

Exercice 1 Sans être hors programme, cet exercice recèle des difficultés qui ont pu dérouter le public visé. Le changement de variable (dès le début de l'énoncé) requiert une technicité que tous n'ont pas, loin de là. La question 3.c aurait mérité une indication sur la démarche à suivre. Quant à la question 4.c, la démarche pour obtenir la loi de C est inhabituelle, alors que guider les candidats vers un produit de convolution classique aurait quand même permis de sélectionner les bonnes copies des autres.

Exercice 2 Cet exercice d'algèbre linéaire "pure" n'a pas dû rassurer les candidats. Le fait qu'il n'y ait aucune interprétation matricielle (alors que l'énoncé introduit la matrice identité I sans plus s'en servir ensuite) accentue le côté abstrait de cet énoncé.

La question 1.e aurai sans doute mérité d'être détaillée : la base de $Ker(f)$ à laquelle pense naturellement le candidat est la base B' qui n'est pas orthonormée. De plus, il aurait été préférable que l'énoncé mette en avant le fait que dans ce cas particulier, $Im(f)$ est un espace propre.

L'inégalité stricte de la question 2c a dû paraître inaccessible pour beaucoup

Exercice 3 Dans la question A.3, la formule du crible est suggérée alors que l'énoncé n'introduit aucune notation d'événement, ce qui rend cette question sensiblement plus difficile que ce qu'elle aurait pu être.

Heureusement, l'énoncé a été clairement présenté en deux parties indépendantes (même si ce n'est pas explicite), ce qui a sans doute pu permettre à certains candidats de rebondir.

3 Option Technologique

Une constatation : la voie Techno est la seule voie pour laquelle 11 ESC adoptent le sujet ESSEC (si l'on met à part la voie L, dans laquelle les mathématiques sont en option).

Ces 11 mêmes écoles adoptent soit le sujet EDHEC soit le sujet EM Lyon dans les voies S et ES.

Ceci pose un réel problème :

- l'ESSEC doit évidemment sélectionner ses candidats.
- Le sujet en voie T s'adresse à des étudiants qui pour la plupart ne peuvent prétendre à l'ESSEC mais visent précisément les 11 autres écoles adoptant ce sujet ; ils sont alors pénalisés par rapport à ceux des autres voies en composant sur une épreuve pour laquelle traditionnellement la moyenne des admissibles est nettement inférieure à celle obtenue en voie S ou ES sur un sujet EDHEC ou EM Lyon.

La critique du sujet ESSEC T faite dans ce document tient nécessairement compte de cette particularité. On peut déplorer l'absence d'un sujet intermédiaire entre le sujet ESSEC et le sujet ESC.

3.1 CCIP 2003 option T math 2

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
H.E.C. (5) ESCP-EAP (5) EM. LYON (3)

> Un sujet dans lequel les questions recouvrent bien le programme de la voie T. Mais il est déconcertant et peu dans l'esprit du programme de faire intervenir des notions de géométrie, et il est peut-être regrettable que le problème soit un "sous-problème" de la voie ECO.

Exercice Etude d'éléments d'une figure fractale. Suites de différentes natures, récurrence et calcul matriciel.

Si les questions sont classiques du point de vue mathématique, l'exercice fait appel à des notions de géométrie, certes élémentaires, mais qui sont déroutantes pour des candidats n'en ayant plus fait depuis la classe de seconde

Problème Surbooking et rentabilité pour une compagnie aérienne. Etude de variables aléatoires discrètes, propriétés de l'espérance et de la variance, lois binomiale et de Poisson avec approximations par la loi normale, étude de fonction exponentielle, inégalités.

Très calculatoire, mais les candidats sont assez bien guidés (sauf à la dernière question de la partie II). Beaucoup de variables entrent en jeu et il faut bien intégrer leur signification pour comprendre le texte. Et dans la Partie I, la question 2 est difficile et déstabilisante, peu dans l'esprit du programme de la voie T. Un problème de notation dans la question 3 de la partie II : la fonction de répartition de la loi de Poisson est désignée d'abord par une lettre simple, puis par une lettre indicée.

Le problème est en fait un extrait du sujet de la voie éco (parties 1 et 2). La formulation de certaines questions a été modifiée : les indications données dans la partie 2 sont de nature à perturber les candidats plus qu'à les aider, la rédaction de la partie 2 de la voie éco est plus claire et plus naturelle que celle de la voie techno (questions 1b et 1d). Le sujet annonce à la fin de la partie 1 que l'on va déterminer n permettant d'optimiser le chiffre d'affaire, on est assez surpris de ne pas avoir rencontré de question sur l'optimisation de $E(G)$ après avoir terminé le sujet : elle existe mais dans la partie 3 du sujet éco !

3.2 ESSEC 2003 option T math 2

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.S.S.E.C. (5) E.S.C. RENNES (3) E.S.C. CLERMONT (2) E.S.C. DIJON (2) E.S.C. GRENOBLE (8) E.S.C. LILLE (4) AUDENCIA NANTES (3) CERAM NICE (4) E.S.C.E.M. (3) I.E.C.S. STRASBOURG (3) I.N.T. MANAGEMENT (4) E.D.H.E.C (5)

> Le sujet est long, avec sans doute des questions trop abstraites en analyse et un exercice de probabilité comportant beaucoup de questions d'analyse, et pour lesquelles les candidats ne sont pas suffisamment guidés. Mais nous marquons cependant notre satisfaction : les sujets de l'ESSEC évoluent dans le bon sens : plus de questions hors programme, et une partie de calcul matriciel qui manquait jusqu'à l'an passé.

Exercice 1 Etude d'une fonction simple avec logarithme et calcul d'intégrale. Utilisation de la méthode des rectangles pour un calcul de limite.

Le début (questions 1 et 2) est accessible à tout élève sérieux de voie technologique. On peut regretter les parties de questions demandant l'utilisation des théorèmes généraux comme " *f est composée de fonctions dérivables* ", où " *f est continue sur...* ", que les étudiants de la voie T énoncent parce qu'on le leur demande, mais sans pouvoir en maîtriser la portée. Et il serait souhaitable de nommer les fonctions à étudier. La suite de l'exercice s'adresse aux meilleurs : elle est déroutante pour la plupart des candidats, à cause de la multiplication des signes Σ, d'intégrales avec des bornes comportant des lettres, et avec une multiplication des questions qui donne l'apparence d'une très longue partie ; il est à craindre que nombre de candidats y aient perdu beaucoup de temps et d'énergie, ou ne l'aient tout simplement pas abordée...

Exercice 2 Etude de 3 suites à récurrence linéaire simultanée, et ce, de deux manières différentes, dont l'une par une méthode matricielle.

Cet exercice, particulièrement adapté à la lettre et à l'esprit du programme de la voie technologique, permet de faire la différence au niveau des compétences, et ne suscite pas de commentaire particulier, sauf qu'il aurait mérité de figurer en premier.

Exercice 3 Comparaison, au point de vue du coût, de deux stratégies pour tester les défauts éventuels de pièces usinées. Loi binomiale, propriété et étude du minimum de l'espérance d'une variable aléatoire.

Si le début est accessible, la fin, à partir de la question 5, l'est beaucoup moins, et peu dans l'esprit de la voie T, où les candidats ont plus de difficultés à travailler avec des lettres qu'avec des nombres. Il aurait été souhaitable de guider les candidats dans les question 6 pour la recherche de limite, et 8 pour la fonction à minimiser. On peut regretter aussi que cet exercice de probabilité soit pour une bonne partie un exercice d'analyse, et ne fasse pas appel à plus de connaissances de probabilités acquises pendant les 2 années de classe préparatoire.

3.3 ECRICOME 2003 option T

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
ESC BORDEAUX (4) ESC MARSEILLE (5) ICN NANCY (3) ESC REIMS (4) ESC ROUEN (4) ESC TOULOUSE (4)

Le sujet recouvre bien le programme et de façon équilibrée. Il est peut-être un peu long, mais les quelques petites réserves émises plus haut mises à part, il est **satisfaisant** ; il permet de hiérarchiser les candidats et valorise les étudiants ayant travaillé avec sérieux et compris l'essentiel du cours.

Exercice 1 : Fonctions logarithme et exponentielle, parité, point fixe et suite récurrente, inégalité des accroissements finis.

Deux points que l'on peut critiquer dans cet exercice : pourquoi demander la parité alors qu'on ne demande pas de l'utiliser ? (son utilisation n'est d'ailleurs pas habituelle aux candidats de la voie technologique) ; et c'est aux étudiants de penser seuls au théorème des accroissements finis ! Dans cette section, peut-être faut-il plus guider les candidats.

Exercice 2 : Puissance d'une matrice : récurrence et suite arithmético-géométrique ; point lumineux et variable aléatoire dépendant de n.

L'utilisation du calcul A t(1 0 -1) pour l'inversibilité de la matrice est déroutante pour la voie technologique, et la question est inutile dans la suite. Or c'est la 1ère question de l'exercice.

Exercice 3 : Urne contenant $\frac{n(n+1)}{2}$ boules, variable aléatoire ; lois binomiale et géométrique et couple de variables aléatoires.

La 1ère question de la partie 4. épreuve 4 est étonnamment placée : elle se résout plus facilement et plus logiquement après la 2ème question.

3.4 ESC 2003 option T

Ecoles utilisant cette épreuve (coefficient) :
E.S.C. AMIENS (3) E.S.C. BREST (5) E.S.C. LE HAVRE (5) E.S.C. MONTPELLIER (5) E.S.C. PAU (6) E.S.C. SAINT-ETIENNE (4) E.S.C. CHAMBERY (4) E.S.C. TROYES (4) E.S.C. LA ROCHELLE (4) E.S.L.S.C.A. (6) I.S.C. (3) I.N.S.E.E.C. (5)

Le sujet est bien équilibré entre analyse, algèbre linéaire et probabilités, ce qui le rend aussi un peu long. La bonne progression dans la difficulté des questions donne un avantage aux meilleurs candidats tout en valorisant les étudiants ayant travaillé avec sérieux et compris l'essentiel du cours.

Exercice 1 Calcul de matrice inverse et de puissance n-ième par diagonalisation. Formule des probabilités totales et suites.

Les rares réserves émises sur cet exercice portent sur la complexité des coefficients de la matrice inverse de la première question. L'exercice est bien adapté aux candidats de la voie technologique.

Exercice 2 Probabilités : loi géométrique, loi binomiale, loi uniforme, loi discrète infinie et séries.

La progression dans la difficulté a été jugée satisfaisante dans cet exercice, les premières questions étant classiques, les dernières permettant de classer les candidats.

Exercice 3 Etude de fonction. Suite récurrente

La fonction un peu originale a perturbé les candidats. Cet exercice est cependant classique et accessible .

La commission de Mathématiques de l'APHEC