BANQUE COMMUNE D'ÉPREUVES

MATHÉMATIQUES E
(ÉPREUVE N° 296)
ANNÉE 2018
ÉPREUVE CONÇUE PAR EMLYON BUSINESS SCHOOL
VOIE ÉCONOMIQUE ET COMMERCIALE

1 Remarques générales

Le sujet 2018 de la voie Économique était composé, sur le même modèle que les années précédentes, de trois exercices indépendants, balayant une large partie du programme officiel ECE. Les questions se veulent de difficulté progressive dans chacun des trois exercices, visant à évaluer les compétences des candidats dans les points suivants : en priorité elles vérifient la bonne connaissance du cours, ce qui permet à des candidats sérieux mais de niveau modeste d'obtenir une note loin d'être déshonorante ; elles évaluent ensuite les capacités des candidats à former des raisonnements rigoureux et argumentés, reposant sur des connaissances solides, sur des questions soit de type « classiques », soit plus délicates demandant alors un certain recul vis-à-vis des notions du programme.

Il n'était bien entendu pas indispensable d'avoir traité la totalité du sujet pour obtenir une excellente note. Le sujet étant spécifiquement long cette année, il est toujours préférable de mener un raisonnement rigoureux et complet sur seulement une moitié du sujet, plutôt que de donner tous les résultats (même justes) sur de nombreuses questions de manière trop rapide et sans explication réelle ; un tel raisonnement ne fournissant alors en général que peu de points au barème.

Sur la majorité des questions, le barème permet d'évaluer les compétences des candidats sur trois points :

* en premier lieu, comprendre la problématique mise en jeu dans la question, à savoir bien lire la question demandée pour percevoir ce que l'on peut attendre d'eux à ce moment précis du sujet, problématiser correctement l'intitulé de la question et utiliser alors à bon escient celles qui précédent ;
* en second lieu, connaître et maîtriser les définitions et théorèmes du programme des deux années ECE, en donnant le cas échéant les hypothèses nécessaires ou suffisantes à leur application, dans le respect strict du cadre fixé par le programme officiel ;
* une dernière part des questions se veut calculatoire, permettant aux candidats ayant du mal à mener des raisonnements abstraits, de pouvoir a minima mettre en application les techniques et formules vues en classe, par exemple dans les questions d'analyse.

L'épreuve contient enfin chaque année au moins une question d'informatique en langage Scilab correspondant au programme officiel ECE, avec un souci d'évaluer les compétences des candidats dans ce domaine sur des questions de type varié, d'un exercice à l'autre, d'une année à la suivante. Les questions d'informatique peuvent essentiellement être de trois formats : soit un programme complet ou non à achever et/ou interpréter (questions **Ex2.II.7.b.** et **Ex3.III.6.b.** cette année), soit un script à écrire entièrement (questions **Ex2.II.7.a.** et **Ex3.III.6.a.** cette année), soit une utilisation de sorties graphiques pour permettre de conjecturer un résultat vérifié ensuite dans le sujet (question **Ex3.III.6.c.** cette année). Les questions d'informatique sont en général évaluées avec une large bienveillance et représentent une part non négligeable du barème total, nous ne pouvons donc qu'encourager les futurs candidats à aborder davantage ces questions qui sont dès lors bien mieux récompensées que d'autres questions plus difficiles du sujet.

Il est attendu des candidats une certaine honnêteté intellectuelle dans leur copie. On voit encore un trop grand nombre de copies qui tentent de maquiller certains calculs erronés pour parvenir aux résultats attendus, ou prenant des libertés trop larges sur les hypothèses des théorèmes d'application du cours. Il peut donc être utile de rappeler que de tels comportements dans les copies sont en général très mal perçus par les correcteurs, notamment sur les premières pages de la copie. En effet, ceci provoque dès lors un manque de confiance du correcteur vis-à-vis du candidat, ce qui mettra en doute ensuite la plupart des questions suivantes. Il est donc toujours préférable pour un candidat de mener ses calculs, et s'il voit une incohérence avec le sujet et qu'il ne trouve pas son erreur, a minima de signaler sur sa copie qu'il repère une disparité entre sa réponse et celle attendue, et qu'il admet le résultat pour continuer la suite ou qu'il pense repérer une erreur dans l'énoncé et continue alors dans ce sens. De même, les candidats qui se contentent d'énoncer les résultats sans les justifier n'obtiennent que peu de points.

Enfin, les correcteurs s'attachent à toujours valoriser les copies qui sont bien présentées plutôt que celles qui relèvent d'un effort trop minimaliste pour mettre en valeur leurs réponses. La numérotation des questions abordées doit être clairement indiquée, et dans la mesure du possible les correcteurs apprécient que les résultats soient clairement visibles dans la copies, par exemple en les soulignant ou les encadrant (à la règle!), ou grâce à des couleurs. Les candidats ne faisant pas d'effort de bonne présentation ou de bonne écriture ont de grandes chances de ne pas se voir attribuer de points sur certaines questions par le correcteur, tout simplement car la copie est illisible donc les arguments ne sont pas jugés présents sur la copie, ou bien car en cas de doute sur une réponse (argument partiel ou manquant) le correcteur choisira alors toujours la version pénalisante pour dévaloriser la copies face aux autres qui font l'effort d'une bonne rédaction et d'une belle présentation. Nous ne pouvons donc qu'encourager les futurs candidats à soigner cet aspect de leur copie.

2 Éléments statistiques

Sur l'épreuve de la voie Économique 2018, 3 972 candidats ont composé, et ont obtenu une moyenne générale de 10,30 sur 20, avec un écart-type de 5,24.

L'écart-type très haut témoigne d'une grande hétérogénéité dans les copies corrigées. Alors que certains candidats traitent pratiquement l'intégralité du sujet avec une maîtrise avancée des notions du programme, d'autres montrent des difficultés dès les toutes premières questions obtenant alors des notes très faibles, en grande partie à cause d'un travail insuffisant lors des deux années de classe préparatoire sur l'apprentissage du cours.

Les copies étaient corrigées cette année avec un barème portant sur 127 points, chaque question ayant un nombre de points entier compris entre 1 et 5, les trois exercices étant de poids relativement similaire. Les notes des candidats sont alors obtenues en multipliant cette note brute sur 127 par un coefficient et en majorant à 20, les notes étant ensuite harmonisées au niveau national entre les correcteurs. On pouvait obtenir 20 à l'épreuve 2018 en atteignant environ les deux tiers des points du barème. NB : Ces éléments statistiques étaient de rigueur en 2018 mais ne préjugent en aucune manière des consignes de correction pour les années à venir, le barème dépendant chaque année de la longueur du sujet et de la difficulté des questions ; de même, la proportion du sujet à traiter pour obtenir la note maximale est très variable d'une année à l'autre.

Outre les questions difficiles présentes en fin des trois exercices, un candidat sérieux et rigoureux traitant correctement et entièrement une partie du sujet pouvait donc espérer avoir une note tout à fait honorable. Il ne faut donc pas hésiter pour les candidats les plus faibles à essayer de repérer les questions plus faciles du sujet (qui ne sont pas uniquement les premières de chaque problème) afin de gagner des points aisément.

À l'inverse, même si un survol rapide du sujet et un « grapillage de points » peut être partiellement payant, les candidats auront toujours plus de points en se focalisant sur une partie entière d'un exercice. En effet, les questions qui relèvent de la bonne compréhension de l'enchaînement des questions sont en général valorisées, et permettent à des candidats de niveau modeste de pouvoir montrer qu'ils savent manier des raisonnements déductifs, et ils peuvent alors plus facilement se démarquer des candidats dont le niveau est plus faible.

Cette année, le sujet était spécifiquement assez long, ce qui a pu donner lieu à ce que certains candidats n'abordent que deux exercices seulement, pouvant laisser croire également à une impasse effectuée lors de leurs révisions. **L'équipe de conception a donc bien pris note de cette possible disparité entre les candidats, et tâchera dans les années à venir à proposer un sujet un peu moins long, de manière à ce que, tout en essayant d'aborder une large majorité du programme, cela ne permette pas à certains candidats d'obtenir une note maximale et simultanément de faire fi d'une part non négligeable du programme, notamment l'algèbre linéaire.**

3 Épreuve 2018

Le sujet était composé de trois exercices indépendants et plutôt « classiques », dans le sens où les candidats sont supposés avoir pour la plupart déjà travaillé durant leurs deux années de classe préparatoire le même type de raisonnements présents dans le sujet, en traitant des exercices proches parmi les annales ou en s'entraînant sur des exercices d'applications du cours mettant en jeu des techniques et méthodes similaires. L'équipe de conception s'attache chaque année à ce que le sujet réponde à ce cahier des charges, de manière à ce que le sujet soit conforme au programme, progressif, de manière à valoriser les candidats ayant effectué un travail régulier et sérieux en CPGE.

L'exercice 1 étudiait de manières différentes deux endomorphismes f et g de $\mathbb{R}^3$ et s'intéressait ensuite (de manière modeste) à l'espace vectoriel des endomorphismes h de $\mathbb{R}^3$ vérifiant $g \circ h = h \circ f$.

Cet exercice, dont les quatre premières questions sont des questions classiques que l'on retrouve chaque année dans les différents sujets de concours de la voie ECE, a montré une grande disparité dans la compréhension des candidats sur les concepts abstraits employés en algèbre linéaire. Le barème permettait cependant aux candidats, même sous réserve d'erreurs de calcul, d'obtenir des points par une bonne connaissance du cours et un léger recul face aux différentes méthodes possibles dans le cadre du programme pour répondre à ce genre de questions. La fin de l'exercice était plus théorique et n'a été abordée que dans les toutes meilleures copies.

L'exercice 2 avait pour but de balayer une large partie du programme d'analyse de première et deuxième année sur différents aspects. Il permettait de mêler à la fois des études de fonctions classiques, une étude de suite récurrente via l'inégalité des accroissements finis, l'étude d'une fonction définie par une intégrale, un tracé de courbe représentative, ainsi qu'une fonction de deux variables, tout en incluant deux questions d'informatique au passage.

Tous les candidats ont abordé cet exercice, en sautant parfois une ou deux parties, les quatre parties proposées étant largement indépendantes. On pourra souligner que les erreurs remarquées l'année précédente, par exemple sur une mauvaise utilisation du théorème des valeurs intermédiaires, ont été moins fréquentes cette année. Les candidats ont ainsi bien pu avancer dans l'exercice et traiter des questions au sein des quatre parties. On peut souligner une imprécision de l'énoncé dans la partie IV, l'ouvert U aurait dû être $U =]0\,;+\infty[\times\mathbb{R}$ au lieu de $U =]0\,;+\infty[^2$ pour que le sujet soit correct à la question **13.b.**; cependant cette erreur d'énoncé n'a pas déstabilisé les candidats qui ont soit corrigé d'eux-mêmes l'erreur, soit avancé sans se soucier de ce défaut de définition.

L'exercice 3 avait pour but l'étude de plusieurs variables aléatoires, se basant essentiellement sur la loi du nombre de Face obtenus avant l'obtention du deuxième Pile lorsqu'on réalise une succession de lancers d'une pièce. Il permettait d'aborder une large partie du programme de probabilités discrètes de première et deuxième année, tout en introduisant également quelques simulations informatiques en Scilab.

Selon l'ordre dans lequel les candidats avaient abordé les exercices, celui-ci a été potentiellement moins abordé, faute de temps. Mais les candidats l'ayant abordé en première ou deuxième position ont su démontrer alors de bonnes capacités de raisonnement, témoignant d'un travail soigné et rigoureux en probabilités durant leur formation.

Les candidats ont abordé généralement les trois exercices dans un ordre de leur choix, en abordant souvent l'exercice 1 ou 2 en premier, rarement le troisième. Les correcteurs ont estimé qu'il s'agissait d'un excellent sujet, de difficulté modérée et parcourant une large partie du programme. Le sujet était peut-être un peu long, ce qui a pu favoriser les candidats les plus faibles qui répondent uniquement à quelques questions au début de chaque partie ; cependant comme souligné en fini de la **section 3.**, l'équipe de conception entend bien raccourcir les futurs sujets afin d'éviter que certains candidats fassent des impasses sur un tiers du programme. Mis à part l'imprécision de l'énoncé en fin d'exercice 2, le sujet était bien adapté au niveau des candidats et conforme au cadre strict défini par le programme et son esprit. Ce sujet a donc atteint ses objectifs en terme de progressivité, ce qui a permis de classer les candidats de manière tout à fait satisfaisante, comme le montre l'écart-type supérieur à 5. Les questions proches du cours ont permis aux copies modestes de mettre en valeur leur travail d'apprentissage, les questions plus fines ou de synthèse ont permis aux meilleurs candidats de se démarquer et d'obtenir d'excellentes notes.

4 Analyse en détail de l'exercice 1

1. **a.** À part quelques rares candidats faisant des erreurs de calculs matriciels, la plupart des candidats a su répondre à cette question.

   b. Dans une part non négligeable des copies, on relève le raisonnement suivant « les trois vecteurs sont dans $\mathbb{R}^3$, donc la famille est génératrice de $\mathbb{R}^3$ », ce qui témoigne d'une mauvaise compréhension du caractère générateur ou non d'une famille de vecteurs.
   Dans la majorité des copies, on trouve cependant le raisonnement attendu, à savoir montrer que la famille $\mathcal{C}$ est libre, puis apporter un argument de dimension. On peut regretter qu'un grand nombre de copies confond les notions de cardinal et dimension, et emploie à tort le terme « dimension de $\mathcal{C}$ », même si cela n'a pas de sens ici.

   c. Cette question a souvent été mal comprise. Certains candidats calculent $f(u)$, $f(v)$ et $f(e_1)$, et disposent alors les vecteurs en colonne pour obtenir leur matrice P.
   Lorsque le calcul de v était incorrect en question **1.a.**, mais que le raisonnement était correct pour déterminer la matrice P, les correcteurs attribuaient alors les points à la question.
   Pour le calcul de P^{-1}, il était attendu ici un travail par pivot de Gauss, ce que les candidats ont bien en tête, même si des problèmes de calcul peuvent survenir chez beaucoup.
   Nous ne pouvons qu'inviter les candidats à vérifier leurs calculs rapidement en vérifiant si le produit de P et de la matrice qu'ils obtiennent pour P^{-1} fait bien I_3, au moins pour la première ligne, et le cas échéant mentionner sur leur copie qu'une erreur a dû être commise dans les calculs.

2. **a.** Là encore, beaucoup de confusions dans cette question. Les candidats calculent souvent $f(u)$, $f(v)$ et $f(e_1)$ mais laissent leur expression dans la base canonique dans les colonnes de A' au lieu d'exprimer leurs résultats en fonction de u, v et e_1.
Certains candidats ont utilisé la relation de changement de base demandée en **2.d.** pour déterminer A', les points n'ont alors été attribués que si tous les calculs étaient corrects et que la matrice A' était bonne, car la résolution proposée ne correspond pas ici réellement à la compétence que l'on cherchait à évaluer dans cette question.
b. Il est dommage que beaucoup de candidats ne fassent pas le lien entre les questions. Dans certaines copies où la question **2.a.** avait été traitée correctement, on voit alors un retour à une étude fastidieuse (et souvent fausse) de $A - \lambda I_3$, alors qu'un argument beaucoup plus court était attendu. Si les candidats déterminent les valeurs propres car la matrice étudiée est triangulaire, on attend qu'ils l'écrivent sur leur copie en guise de justification (ce qui n'est pas pas toujours le cas).
Pour conclure à la diagonalisabilité, un argument de dimension des sous-espaces propres (ou des rangs de $A' + I_3$ et $A' - 2I_3$) était suffisant, ce qui montre que les candidats, et même les meilleurs, manquent de discernement face aux différentes méthodes possibles pour répondre aux questions posées dans cet exercice.
Là encore, si les questions précédentes menaient à des résultats erronés (valeurs propres fausses par exemple) mais que le raisonnement était cohérent pour la diagonalisabilité, le résultat n'étant pas donné ici, les points pouvaient être partiellement ou totalement attribués.
Cependant, les copies où des arguments proposés étaient faux, par exemple « la matrice n'admet que deux valeurs propres donc n'est pas diagonalisable » sont cependant sanctionnées.
c. Seuls les bons candidats font le lien avec le calcul des valeurs propres effectué dans la question **2.b.**, on voit beaucoup de candidats revenir au départ et procéder à des opérations élémentaires sur la matrice A pour montrer que A est inversible. L'algèbre apparaît alors pour beaucoup de candidats sérieux comme très cloisonnée, alors que l'esprit du programme est de mettre en rapport les diverses méthodes possibles en algèbre pour conclure à ce type de question.
d. À part certains candidats maladroits qui écrivent la relation à l'envers, la formule de changement de base est bien connue.

3. **a.** Une part trop importante de candidats remplissent la matrice B « en ligne », et obtiennent alors la transposée de la matrice voulue.
b. Cette question, qui était présente surtout pour aider à la question suivante, n'a été rétribuée que dans le cas où la question précédente était correctement traitée. Les candidats ayant écrit ${}^tB$ au lieu de B parvenaient au résultat mais étaient alors pénalisés une nouvelle fois.
c. Cette question classique, faisant le lien entre le polynôme annulateur trouvé précédemment et les valeurs propres (éventuelles) de B a parfois été mal traitée, même si elle fait partie des exercices classiques d'algèbre linéaire en deuxième année. Dans quelques copies, on lit que les valeurs propres sont les racines du polynôme annulateur, ce qui a conduit à sanctionner ces candidats.
Comme précisé dans l'énoncé, on attendait une base de chaque sous-espace propre. Lorsque le sous-espace propre est engendré par un unique vecteur non nul, on n'attend pas forcément de justification supplémentaire.
Cependant, lorsqu'un sous-espace propre est engendré par au moins deux vecteurs, on attend un argument rapide pour justifier que la famille obtenue est bien une base.
Les candidats ayant écrit ${}^tB$ dans la question **3.a.** pouvaient ici obtenir les points pour les valeurs propres, le raisonnement ne dépendant que du polynôme annulateur et de leurs propres calculs, mais les sous-espaces propres étaient nécessairement jugés comme incorrects.

d. Là encore, on notait à la cohérence des résultats trouvés précédemment, tant que le raisonnement amenant à la réponse était correctement écrit, la compétence étant la bonne utilisation des conditions de diagonalisabilité (ou non) présentes au programme. Les erreurs rencontrées lors de la correction sont alors les mêmes que celles de la question **2.b.**

4. a. Cette question, relativement bien pondérée si elle était faite correctement, a souligné que certains candidats ont du mal avec les raisonnements théoriques. La stabilité par combinaison linéaire a été l'occasion de différencier les candidats capables d'abstraction et ceux qui manquent de discernement face à ce genre de question.

b. La question a en général été mal comprise par les candidats. Seuls les bons candidats ont su mettre en place une contradiction avec le fait que M soit inversible : soit en traduisant alors que B devait être inversible ce qui est absurde, soit en traduisant alors que A et B devaient alors être semblables donc avoir les mêmes valeurs propres, ce qui était absurde également.

5. a. La question et les suivantes, plus théoriques, ont rebuté une grande majorité des candidats qui ont préféré alors passer à l'exercice suivant. Seuls les meilleurs candidats ont su donner l'argument clé, à savoir qu'une matrice et sa transposée ont toujours le même rang. Des candidats maladroits ont voulu écrire explicitement $A \square \lambda I_3$ et $({}^tA) \square \lambda I_3$ et les échelonner inutilement, ce qui n'était pas ce qui était attendu ici.

b. Certains candidats encore une fois se lancent dans des calculs inutiles, alors qu'il s'agissait de faire le lien avec la question précédente.

c. Les rares candidats qui ont mené à bien le calcul de BN et NA n'ont quasiment jamais mentionné correctement que N était non nulle. On attendait un argument plus convainquant que seulement « X et Y sont non nuls, donc $X\,{}^tY$ non nulle ».

d. Le bon raisonnement a été remarqué dans d'excellentes copies, le raisonnement attendu étant toutefois trop subtil pour la majorité des candidats.

5 Analyse en détail de l'exercice 2

Partie I : Étude de la fonction f

1. Cette question facile a été résolue correctement dans la plupart des copies.
2. Ce type de question qui avait été traité de façon maladroite l'année précédente, a été mieux réussi cette année. Lorsque le raisonnement est à faire deux fois, sur $]0,1[$ et sur $]1,+\infty[$, il peut être accepté que les candidats rédigent le deuxième cas de manière plus concise lorsque la première situation a été développée en détail.
Pour obtenir tous les points dans la question, il fallait faire attention à l'intitulé de la question et notamment la dernière information à démontrer, et vérifier à un moment dans la réponse que l'équation admet exactement deux solutions. Certains candidats se contentaient par exemple de vérifier qu'il y avait une solution dans $]0,1[$ et une dans $]1,+\infty[$ sans préciser que 1 n'était pas solution. D'autres candidats vérifiaient qu'il y avait une solution dans $]0,1]$ et une dans $[1,+\infty[$, mais oublient ensuite de vérifier que 1 n'était pas l'unique solution.
3. À l'aide des valeurs approchées proposées, les candidats ont su mettre en place l'encadrement souhaité.

Partie II : Étude d'une suite

4. On a trouvé dans cette question beaucoup de justifications hasardeuses et incorrectes. Même si beaucoup de candidats ont pensé à effectuer une récurrence, l'appartenance $u_n \in [b; +\infty[$ pour tout entier n a été mal faite. Très peu de candidats ont remarqué lors de l'hérédité qu'on avait la relation : $\ln(b) + 2 = b$. Or c'était l'argument clé pour parvenir au résultat.

5. Là encore, les liens entre cette question et la partie précédente ne sont pas toujours bien vus. Les arguments proposés pour justifier qu'on avait /! = b (et non /! = a) étaient dans l'ensemble assez maladroits.

6. **a.** Très peu de candidats ont pensé à appliquer l'inégalité des accroissements finis, quant bien même ce genre de question soit un grand classique dans les sujets de la voie E. Pour les candidats ayant eu l'intuition de la méthode à mettre en œuvre, ils ont alors en général pu conclure correctement.

   b. On pouvait répondre à cette question de deux manières, en admettant le résultat de la question précédente. Une première possibilité était d'adopter un raisonnement par récurrence, dans lequel on attendait alors ici un travail soigné de l'initialisation. Une possibilité alternative était de réaliser des itérations successives de l'inégalité précédente, mais dans ce cas on attend que le raisonnement soit clairement indiqué, par exemple avec les deux premières itérations, puis la dernière faisant intervenir u_0 □b, la majoration de u_0 □b étant alors attendue avec précision.

7. **a.** Comme mentionné dans les remarques générales du sujet, les questions d'informatique (et en particulier celle-ci) sont globalement peu abordées, trop peu relativement au nombre de points volontairement mis en jeu dans le barème. Le travail du langage Scilab est très bien noté au concours, donc nous encourageons vivement les candidats à s'investir davantage durant leurs années de CPGE en informatique, car la résolution d'une question Scilab est équivalente en poids à celui de deux questions jugées difficiles dans le problème, alors même que la résolution des questions d'informatique reste assez aisée pour tout candidat relativement sérieux et ayant retenu l'essentiel des enseignements au programme.

   Il est d'ailleurs étonnant que l'absence de réponse soit également présente dans les très bonnes copies !

   Le sujet demandait ici d'écrire entièrement une fonction Scilab, mais un exemple de fonction était présent dans la question suivante, ce qui pouvait de surcroît servir de modèle aux candidats perdus. Les correcteurs restent néanmoins très indulgents sur toute erreur de type syntaxique (écriture hasardeuse du préambule, mauvaise gestion de la ponctuation éventuelle, ...).

   Dans ce type de question, les compétences attendues dans les copies sont les suivantes :
   * avoir une boucle `for` qui calcule itérativement les termes de la suite
   * gérer avec discernement l'initialisation avant la boucle
   * gérer l'intérieur de la boucle en introduisant une ligne du type `u=log(u)+2`.

   b. Cette question à l'inverse de la précédente a été mal comprise et rarement résolue, très peu de candidats ne comprenant tout simplement pas ce qu'on attendait comme condition d'arrêt pour la boucle `while`.

Partie III : Étude d'une fonction définie par une intégrale

8. Les candidats sont bien préparés pour ce genre de question. Malgré quelques raisonnements maladroits, on repère dans une proportion non négligeable de copies la bonne méthode de résolution de ce type de question.

9. Cette question était assez facile en admettant le résultat de la question précédente. Cependant, on attendait ici une référence explicite à l'étude de la fonction f (question **2.**) pour justifier que le dénominateur de $\Phi'(x)$ était strictement positif.

10. Cette question a été dans l'ensemble bien comprise par un grand nombre de candidats, ce qui souligne un travail important durant les deux années sur la manipulation d'inégalités sur des intégrales.

11. **a.** Cette question a été globalement incomprise, même par de brillants candidats (alors que la question suivante, relativement plus difficile, a elle été mieux traitée). Beaucoup de candidats ont écrit que $\lim\limits_{x\to 0}\int_x^{2x}\frac{1}{f(t)}dt = \int_0^0 \frac{1}{f(t)}dt = 0$, ce qui est bien entendu faux. Là encore, on repère que les candidats manquent de lucidité quant à l'enchaînement proposé par les questions de l'exercice.

b. Cette question a étrangement été mieux réussie que la question **11.a.**, et les candidats ont en général bien su comment déterminer la limite malgré quelques calculs d'équivalents mal justifiés.

12. Les tracés de courbes sont souvent délaissés par les brillants candidats, ce qui est dommage puisqu'ils sont en général bien rémunérés. On attend alors une cohérence véritable avec les résultats précédemment obtenus, et ceux admis par l'énoncé. Les candidats obtenant une courbe en désaccord avec les limites obtenues, ou bien oubliant de tracer de manière claire la tangente horizontale au point d'abscisse 0 explicitement demandée, sont pénalisés. Même si c'est uniquement l'allure de la représentation graphique qui est attendue, on attend un tracé soigné et propre, ce qui est malheureusement rarement le cas.

Partie IV : Étude d'une fonction de deux variables

13. **a.** Cette question facile a été résolue dans la quasi-totalité des copies.

b. Comme précisé au début de ce rapport, cette question dépendait d'une imprécision de l'énoncé, à savoir qu'on devait avoir $U =]0\,;+\infty[\times\mathbb{R}$ et non $U =]0\,;+\infty[^2$. Le problème n'a cependant pas dérangé les candidats, qui se sont contentés de faire les calculs de manière formelle sans se soucier du domaine de $\mathbb{R}^2$ dans lequel variaient les coordonnées $(a, \ln(a))$ et $(b, \ln(b))$.
À part quelques maladresses dans la résolution du système, la définition du point critique est, dans la grande majorité des candidats, bien connue et la résolution a donc été réussie.

14. **a.** Là encore, la question a été bien réussie, témoignant que le chapitre sur les fonctions de deux variables est un chapitre assez récent vu en milieu de deuxième année et sur lequel les candidats semblent plutôt à l'aise.

b. Dans la plupart des copies, la détermination des valeurs propres est faite avec la caractérisation de l'inversibilité d'une matrice carrée d'ordre 2. Cependant peu de candidats ont pensé à vérifier que les deux valeurs propres obtenues étaient bien distinctes, et les relations entre somme et produit des deux racines du polynômes semblent oubliées par les candidats. Beaucoup ont donc admis le système vérifié par λ_1 et λ_2, puisqu'il était proposé dans l'énoncé.

c. Les résultats du cours concernant l'étude des extrema à l'aide des valeurs propres de la matrice hessienne sont, dans l'ensemble, bien connus.

15. Comme pour la question **14.c.**, on voit que les les résultats du cours sur le sujet sont relativement bien connus.

6 Analyse en détail de l'exercice 3

Partie I : Étude d'une première variable aléatoire

1. a. À part quelques candidats maladroits qui ont mal compris l'expérience aléatoire étudiée, la description des événements est correcte dans une majorité des copies.
   Pour le calcul des probabilités, les valeurs obtenues n'étaient pas vraiment évaluées ici, le résultat étant donné dans la question **1.b.** ; il était attendu ici des candidats qu'ils précisent clairement les méthodes mises en jeu dans leur calcul, en indiquant à l'endroit adéquat lorsqu'ils utilisent l'incompatibilité ou l'indépendance de certains événements, sans quoi les candidats n'obtenaient pas la totalité des points.

   b. Cette question qui avait pour but de généraliser le résultat vu dans la question **1.a.** pouvait être résolue en expliquant clairement ce qui signifiait l'événement $[X = n]$ et en expliquant les termes employés, les justifications similaires ayant déjà été effectuées dans la question précédente.

Partie II : Étude d'une expérience en deux étapes

2. a. Malgré l'énoncé qui détaillait du mieux possible l'expérience, et la lecture des questions suivantes qui pouvait les aiguiller, de nombreux candidats ont proposé pour support pour U des ensembles tels que $U(\Omega) = \{0, 1, \ldots, n\}$ ou $U(\Omega) = \{0, 1, \ldots, X\}$.

   b. La question est bien traitée dans l'ensemble. On attendait des candidats qu'ils remarquent que U sachant $[X = n]$ suivait une loi uniforme, et qu'ils précisent correctement que $\mathbf{P}_{[X=n]}([U = k]) = 0$ lorsque $k > n$.

   c. La méthode pour obtenir la loi marginale est dans l'ensemble bien connue, même si peu de candidats précisent qu'ils appliquent en réalité la formule des probabilités totales ou une formule de loi marginale, une justification minimale pouvait donc être attendue. Le résultat intermédiaire guidait les candidats vers la résolution, et à part les candidats peu à l'aise avec les calculs de sommes de séries, de nombreux candidats ayant abordé la question ont su parvenir au résultat.

   d. L'espérance est traitée assez souvent ; en revanche, la variance est traitée uniquement dans les très bonnes copies. Il est regrettable que des candidats trouvent une variance négative ou nulle, et ne mentionnent pas a minima sur leur copie qu'ils relèvent une incohérence dans leur résultat.

3. a. La question a été globalement mal traitée. On attendait ici une mention explicite au fait qu'on a toujours $U \leqslant X$ pour justifier le fait que V prenait des valeurs positives.

   b. Les correcteurs valorisaient ici les candidats qui démarraient leur calcul correctement, et qui parvenaient à faire un lien entre $[X = n] \cap [V = k]$ et $[X = n] \cap [U = n - k]$.

   c. Question peu abordée, car dépendant de la question précédente.

4. Question peu traitée, puisque nécessitant la loi de V qui n'avait que rarement été déterminée.

5. Les candidats ont su brillamment rebondir sur cette question, même sans avoir traité les questions **3.** et **4.**, c'est plutôt positif et le signe que beaucoup lisent avec attention l'intégralité du sujet avant de passer à une partie suivante, même après des questions non résolues.

Partie III : Étude d'un jeu

6. **a.** Comme pour les questions d'informatique dans l'exercice 2, la question **6.a.** est peu traitée par les candidats, uniquement dans les copies excellentes par ailleurs.

b. Dans l'ensemble, les candidats ont bien compris ce que faisait la fonction Scilab proposée par le sujet. La réponse pouvait encore une fois être approximative, le barème étant assez souple sur les questions de type Scilab.

c. Cette question pourtant facile a posé problème à de nombreux candidats. Une majorité des candidats confondant lecture des abscisses et des ordonnées sur la figure présente dans l'énoncé.

7. **a.** Cette question a été globalement bien traitée par une majorité des candidats l'ayant abordée.

b. Cette question était corrigée dans le barème en cohérence avec la question précédente. On attendait spécifiquement les bonnes méthodes pour les calculs de $\mathbf{E}(aZ + b)$ et $\mathbf{V}(aZ + b)$.

c. Cette question a été bien traitée, et pouvait simplement être expliquée dans le modèle de l'expérience.

8. **a.** Question bien traitée par les candidats l'ayant abordé.

b. Peu de candidats ont abouti au calcul, mais la méthode était correcte dans les bonnes copies.

c. La question a été résolue par les excellents candidats uniquement.

MATHÉMATIQUES E
(épreuve n° 296)

ANNEE 2018

Épreuve conçue par emlyon business school

Voie économique et commerciale

	NB CANDIDATS	MOYENNES	ÉCARTS-TYPES
RÉSULTATS GLOBAUX	3972	10,30	5,24

OPTION			
Economique	3972	10,30	5,24

ÉCOLES UTILISATRICES			
BREST Business School	590	07,17	4,57
BSB Burgundy School of Business	1228	07,31	4,45
École de Management de Normandie	1148	06,90	4,26
École Spéciale Militaire de SAINT-CYR	193	11,71	4,80
EM Strasbourg Business School	2346	08,40	4,62
emlyon business school	2713	11,96	4,84
Groupe ESC CLERMONT	1148	06,90	4,26
Groupe ESC PAU	750	07,02	4,59
ICN Business School	1072	07,31	4,58
IMT - Télécom école de management	1069	07,88	4,67
INSEEC Business School	972	06,98	4,44
ISC PARIS Business School	1148	06,90	4,26
ISG International Business School	640	07,11	4,56
RENNES School of Business	2346	08,40	4,62
SKEMA Business School	2998	09,72	4,90
SOUTH CHAMPAGNE BUSINESS SCHOOL (ex ESC Troyes)	1148	06,90	4,26