

MATHEMATIQUES III 2007(épreuve n° 289)

Epreuve conçue par H E C

Voie Economique

	NBRE CANDIDATS	MOYENNES	ECARTS-TYPE
RESULTATS GLOBAUX	1 599	8,42	4,35

VOIES PREPARATOIRES			
Economique	1 599	8,42	4,35

ECOLES UTILISATRICES			
H.E.C	1 059	9,35	4,44
E.S.C.P. - E.A.P.	1 499	8,64	4,31

LE SUJET

Dans l'option économique, l'épreuve de mathématiques comprend traditionnellement un exercice et un problème.

L'exercice portait sur l'algèbre linéaire et matricielle, et s'intéressait aux propriétés d'un endomorphisme t et de sa matrice associée T dans sa base canonique : inversibilité, diagonalisabilité, dimensions du noyau et de l'image, endomorphisme induit. De difficulté progressive, cet exercice permettait de balayer les aspects essentiels du programme d'algèbre linéaire, en faisant travailler les candidats sur une matrice qui se révélait *in fine* non diagonalisable.

Le problème avait pour objet l'étude de quelques propriétés de la loi de Laplace, se traduisant par de nombreuses questions d'analyse et de probabilités : étude de fonction, convergence et calcul d'intégrales, fonction réciproque, simulation d'une variable aléatoire, fonction de

répartition et densité de variables aléatoires à densité, estimateur sans biais et risque quadratique, statistique d'ordre, développements limités, équivalents, intervalle de confiance. Ainsi, l'épreuve faisait appel à des connaissances très larges du programme. Le barème de notation accordait environ un quart des points à l'exercice et trois quarts des points au problème : la partie 1 du problème présentait un poids prépondérant avec 43% des points attribués, la partie 2 comptant pour 14% et la partie 3 pour 20%.

RÉSULTATS STATISTIQUES

Sur l'ensemble des 1669 candidats à cette épreuve, la note moyenne s'élève à 9,06 avec un écart-type de 4,50. Les résultats par école sont les suivants :

- 1) HEC (1078 candidats) : moyenne=10,21 ; écart-type=4,60.
- 2) ESCP-EAP (1578 candidats) : moyenne=9,30 ; écart-type=4,45.

On observe une progression assez significative des résultats par rapport à ceux du concours de l'an passé.

ERREURS LES PLUS FRÉQUENTES

EXERCICE

1) Certains candidats effectuent des opérations illicites sur les lignes de la matrice T sans prendre les précautions d'usage (division par une quantité nulle), ou encore affirment des contre-vérités telles que : « t a 2 valeurs propres et t est un endomorphisme d'un espace de dimension 3, donc t n'est pas diagonalisable » et « t n'est pas diagonalisable, donc t n'est pas bijectif ».

- 2.a) En général, la matrice T est correcte et la position de la colonne de 1 a été bien précisée.
- 2.b) La définition du rang d'un endomorphisme est peu connue ou mal acquise. On trouve très souvent que $rg(t)=2n+1$.
- 2.c) Beaucoup de candidats ne font pas le lien entre $Ker(t)$ et le sous-espace associé à la valeur propre 0 .
- 3) Très peu de candidats résolvent correctement cette question.
- 4) La matrice demandée est souvent fautive ; on trouve ainsi des matrices à 2 colonnes et $(2n+1)$ lignes.
- 5) Cette question, peu abordée, est rarement bien traitée.

PROBLÈME

PARTIE I

- 1.a) Rares sont les candidats qui évoquent la loi exponentielle pour prouver la convergence de l'intégrale. Beaucoup d'entre eux gardent la valeur absolue pour intégrer, et parmi ceux-ci, un sur deux intègre correctement.
- 1.b) Cette question est en général bien traitée.
- 2) Pour plus de la moitié des candidats, la courbe présente une tangente horizontale au point d'abscisse 0 .
- 3.a)b) La question de l'existence du moment d'ordre r est rarement bien traitée. Peu de candidats ont remarqué que g était paire pour montrer que $E(Y)=0$. On trouve parfois des variances négatives.
- 4.a) Les candidats qui ont conservé la valeur absolue pour intégrer trouvent des résultats faux.
- 4.c) Le théorème de la bijection est en général bien cité.
- 4.d) La recherche de la parité de $G(I-G)$ est très souvent maladroite.
- 5.b) Environ un quart des candidats abordent la question d'algorithmique, mais très souvent ils écrivent un programme et non une fonction, et certains utilisent une boucle *FOR*. La fonction *RANDOM* est peu connue.
- 6) La preuve de la positivité de $1+x.exp(-nix)$ a rarement été entreprise.

PARTIE II

- 1.a) L'expression de F est correcte pour les candidats qui avaient trouvé la bonne expression de G .
- 1.c) On utilise très peu souvent la question précédente pour calculer $E(X)$.
- 2.b) L'hypothèse d'indépendance est rarement invoquée pour conclure à une loi binomiale.
- 3) Question plutôt bien réussie.

PARTIE III

Cette partie a été fort peu abordée, mais les candidats qui ont lu l'énoncé du problème jusqu'au bout ont résolu la question 2.a). En revanche, les développements limités sont mal connus et provoquent beaucoup d'erreurs (question 3.b). Quelques candidats ont traité la question 4) relative à la détermination d'un intervalle de confiance pour le paramètre θ .

RECOMMANDATIONS AUX FUTURS CANDIDATS

Pour ce qui concerne la forme, le jury conseille aux futurs candidats de lire attentivement le texte préliminaire qui précède toute épreuve de mathématiques, dans lequel il est précisé notamment, que la lisibilité et la qualité de la rédaction entrent pour une part non négligeable dans l'appréciation des copies. Il est également conseillé de bien numéroter ses questions et d'encadrer ses résultats.

De plus, les raisonnements doivent être clairs et précis, les affirmations étant étayés par une argumentation solide. Par exemple, le recours trop fréquent à des phrases du type « il est clair que... » doit être évité au profit d'une justification correcte fondée sur un apprentissage très sérieux et une très bonne connaissance du cours.

Enfin, le jury recommande aux futurs candidats de prendre le temps de lire l'ensemble du sujet, non seulement pour s'en imprégner, mais aussi pour pointer les questions qui paraissent faciles à résoudre, lesquelles ne se situent pas nécessairement dans la première partie du sujet.

MATHEMATIQUES III 2007(épreuve n° 289)

Epreuve conçue par H E C

Voie Economique

	NBRE CANDIDATS	MOYENNES	ECARTS-TYPE
RESULTATS GLOBAUX	1 599	8,42	4,35

VOIES PREPARATOIRES			
Economique	1 599	8,42	4,35

ECOLES UTILISATRICES			
H.E.C	1 059	9,35	4,44
E.S.C.P. - E.A.P.	1 499	8,64	4,31

LE SUJET

Dans l'option économique, l'épreuve de mathématiques comprend traditionnellement un exercice et un problème.

L'exercice portait sur l'algèbre linéaire et matricielle, et s'intéressait aux propriétés d'un endomorphisme t et de sa matrice associée T dans sa base canonique : inversibilité, diagonalisabilité, dimensions du noyau et de l'image, endomorphisme induit. De difficulté progressive, cet exercice permettait de balayer les aspects essentiels du programme d'algèbre linéaire, en faisant travailler les candidats sur une matrice qui se révélait *in fine* non diagonalisable.

Le problème avait pour objet l'étude de quelques propriétés de la loi de Laplace, se traduisant par de nombreuses questions d'analyse et de probabilités : étude de fonction, convergence et calcul d'intégrales, fonction réciproque, simulation d'une variable aléatoire, fonction de

répartition et densité de variables aléatoires à densité, estimateur sans biais et risque quadratique, statistique d'ordre, développements limités, équivalents, intervalle de confiance. Ainsi, l'épreuve faisait appel à des connaissances très larges du programme. Le barème de notation accordait environ un quart des points à l'exercice et trois quarts des points au problème : la partie 1 du problème présentait un poids prépondérant avec 43% des points attribués, la partie 2 comptant pour 14% et la partie 3 pour 20%.

RÉSULTATS STATISTIQUES

Sur l'ensemble des 1669 candidats à cette épreuve, la note moyenne s'élève à 9,06 avec un écart-type de 4,50. Les résultats par école sont les suivants :

- 1) HEC (1078 candidats) : moyenne=10,21 ; écart-type=4,60.
- 2) ESCP-EAP (1578 candidats) : moyenne=9,30 ; écart-type=4,45.

On observe une progression assez significative des résultats par rapport à ceux du concours de l'an passé.

ERREURS LES PLUS FRÉQUENTES

EXERCICE

1) Certains candidats effectuent des opérations illicites sur les lignes de la matrice T sans prendre les précautions d'usage (division par une quantité nulle), ou encore affirment des contre-vérités telles que : « t a 2 valeurs propres et t est un endomorphisme d'un espace de dimension 3, donc t n'est pas diagonalisable » et « t n'est pas diagonalisable, donc t n'est pas bijectif ».

- 2.a) En général, la matrice T est correcte et la position de la colonne de 1 a été bien précisée.
- 2.b) La définition du rang d'un endomorphisme est peu connue ou mal acquise. On trouve très souvent que $rg(t)=2n+1$.
- 2.c) Beaucoup de candidats ne font pas le lien entre $Ker(t)$ et le sous-espace associé à la valeur propre 0 .
- 3) Très peu de candidats résolvent correctement cette question.
- 4) La matrice demandée est souvent fautive ; on trouve ainsi des matrices à 2 colonnes et $(2n+1)$ lignes.
- 5) Cette question, peu abordée, est rarement bien traitée.

PROBLÈME

PARTIE I

- 1.a) Rares sont les candidats qui évoquent la loi exponentielle pour prouver la convergence de l'intégrale. Beaucoup d'entre eux gardent la valeur absolue pour intégrer, et parmi ceux-ci, un sur deux intègre correctement.
- 1.b) Cette question est en général bien traitée.
- 2) Pour plus de la moitié des candidats, la courbe présente une tangente horizontale au point d'abscisse 0 .
- 3.a)b) La question de l'existence du moment d'ordre r est rarement bien traitée. Peu de candidats ont remarqué que g était paire pour montrer que $E(Y)=0$. On trouve parfois des variances négatives.
- 4.a) Les candidats qui ont conservé la valeur absolue pour intégrer trouvent des résultats faux.
- 4.c) Le théorème de la bijection est en général bien cité.
- 4.d) La recherche de la parité de $G(I-G)$ est très souvent maladroite.
- 5.b) Environ un quart des candidats abordent la question d'algorithmique, mais très souvent ils écrivent un programme et non une fonction, et certains utilisent une boucle *FOR*. La fonction *RANDOM* est peu connue.
- 6) La preuve de la positivité de $1+x.exp(-nix)$ a rarement été entreprise.

PARTIE II

- 1.a) L'expression de F est correcte pour les candidats qui avaient trouvé la bonne expression de G .
- 1.c) On utilise très peu souvent la question précédente pour calculer $E(X)$.
- 2.b) L'hypothèse d'indépendance est rarement invoquée pour conclure à une loi binomiale.
- 3) Question plutôt bien réussie.

PARTIE III

Cette partie a été fort peu abordée, mais les candidats qui ont lu l'énoncé du problème jusqu'au bout ont résolu la question 2.a). En revanche, les développements limités sont mal connus et provoquent beaucoup d'erreurs (question 3.b). Quelques candidats ont traité la question 4) relative à la détermination d'un intervalle de confiance pour le paramètre θ .

RECOMMANDATIONS AUX FUTURS CANDIDATS

Pour ce qui concerne la forme, le jury conseille aux futurs candidats de lire attentivement le texte préliminaire qui précède toute épreuve de mathématiques, dans lequel il est précisé notamment, que la lisibilité et la qualité de la rédaction entrent pour une part non négligeable dans l'appréciation des copies. Il est également conseillé de bien numéroter ses questions et d'encadrer ses résultats.

De plus, les raisonnements doivent être clairs et précis, les affirmations étant étayés par une argumentation solide. Par exemple, le recours trop fréquent à des phrases du type « il est clair que... » doit être évité au profit d'une justification correcte fondée sur un apprentissage très sérieux et une très bonne connaissance du cours.

Enfin, le jury recommande aux futurs candidats de prendre le temps de lire l'ensemble du sujet, non seulement pour s'en imprégner, mais aussi pour pointer les questions qui paraissent faciles à résoudre, lesquelles ne se situent pas nécessairement dans la première partie du sujet.